

Partie reconduite du programme précédent

PLAN DU COURS

Equations différentielles

- Présentation des équations différentielles
 - Equations différentielles linéaires, équation homogène associée, forme résolue (pour l'ordre 1).
 - Stabilité par combinaison linéaire des solutions d'une EDL homogène.
 - Théorème de "structure" des solutions de (E) à partir des solutions de (E_0) et d'une solution particulière. Méthode de résolution.
- EDL d'ordre 1
 - Résolution de $y' = \alpha(x)y$.
 - Méthode de variation de la constante.
 - Théorème de Cauchy pour les EDL d'ordre 1.
 - Principe de superposition.
- EDL d'ordre 2
 - Théorème de résolution d'une EDL d'ordre 2 homogène à coefficients constants.
 - Forme d'une solution particulière pour un second membre du type : $Ae^{\lambda x}$, $A \cos(\omega x) + B \sin(\omega x)$.
 - Problème de Cauchy à l'ordre 2.

Remarque aux colleuses et colleurs : Les résultats du cours sont énoncés pour des EDL sur un intervalle. Le problème de raccord n'est pas un objectif.

Pour les EDL d'ordre 2, le programme se limite aux seconds membres précisés ci-dessus. Pour d'autres situations des indications devront être données.

Une grande précision est attendue pour la rédaction : équivalences, quantificateurs notamment.

Entiers (première partie)

- Propriétés de $\mathbb{N}$ sur plus petit élément et plus grand élément.
- Retour sur le principe de récurrence : récurrence double, multiple, récurrence forte.

Rappel des formules classiques : $\sum_{k=0}^n k$, $\sum_{k=0}^n k^2$, $\sum_{k=0}^n k^3$.

Application à la démonstration de la formule du binôme.

Remarque aux colleuses et colleurs : l'arithmétique n'a pas encore été vue.

QUESTIONS DE COURS

EDL d'ordre 1 : Résolution de l'équation $y' = \alpha(x)y$ (énoncé précis et démonstration).

Variation de la constante : Explication de la méthode de variation de la constante. Application à $y' + 2y = e^{-2x}$ sur $\mathbb{R}$.

EDL d'ordre 2 à coefficients constants : Théorème de résolution de l'équation homogène dans le cas $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ (énoncé seulement).

EDL d'ordre 2 à coefficients constants : Forme d'une solution particulière pour un second membre type $Ae^{\lambda x}$ puis type $A \cos(\omega x) + B \sin(\omega x)$.
Application à $y'' - 2y' + y = e^t$.

Formule du binôme : Énoncé et démonstration.

Nouvelle partie

PLAN DU COURS

Nombres réels

- Majorant, minorant d'une partie. Plus grand/petit élément. Borne supérieure/inférieure.
- Caractérisation de la borne supérieure avec des quantificateurs (une par tout autre majorant est plus grand, la deuxième par tout nombre strict inférieur n'est pas majorant) ; caractérisation séquentielle.
- Caractérisation des intervalle de $\mathbb{R}$. Propriété de la borne supérieure dans $\mathbb{R}$.
- Définition de la partie entière (comme maximum), caractérisation.
- Existence de valeur décimale approchée par excès et par défaut. Corollaire : tout réel est limite d'une suite de rationnels.

Remarques aux colleurs et colleuses : La notion générale de densité n'est pas au programme.

Fondements des suites réelles

- Généralités : suites et opérations sur les suites, suites majorées, minorées, bornées ; suites monotones.
- Suite convergente, divergente (première et deuxième espèce), appartenance à partir d'un certain rang à un intervalle contenant strictement la limite, unicité de la limite.
- Caractère borné d'une suite convergente, majoration en val. abs. par une suite de limite nulle, passage à la limite dans une inégalité.
- Opérations sur les limites, produit d'une suite bornée et d'une suite de limite nulle, somme d'une suite de limite $+\infty$ et d'une suite minorée.

Suites réelles : outils essentiels

- Suites arithmético-géométriques et récurrentes linéaires d'ordre 2.
- Relations de comparaison sur les suites réelles à **termes non nuls**.
 - Equivalence, négligeabilité, domination.
 - Propriétés des suites équivalentes (limite, signe)
 - Compatibilité de l'équivalence avec produit et quotient. Equivalent $v_n + \alpha_n \sim v_n$ si $\alpha_n = o(v_n)$.
 - Exemples fondamentaux : croissance comparée, équivalents "classiques".

Remarques aux colleurs et colleuses : Suites adjacentes et suites extraites n'ont pas encore été vues. Les développements limités seront vus ultérieurement. Veillez à ne pas mettre d'exercices qui pourraient les nécessiter.

QUESTIONS DE COURS

Borne supérieure d'une partie de $\mathbb{R}$: Définition. Énoncer la caractérisation séquentielle.

Énoncer le théorème de la borne supérieure dans $\mathbb{R}$.

Limites et somme : définitions de limites finies et infinies avec explication sur des schémas.

Limite d'une somme de suites convergentes (à démontrer).

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : Énoncé complet donnant le terme général d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2 (sans démo)

Exemples fondamentaux de comparaison de suites : Prop de croissance comparée, cas d'une limite finie, équivalents classiques avec sin, exp, ln, racine carré et puissance α .

Equivalent de $u_n + \alpha_n$ lorsque $\alpha_n = o(u_n)$ (à démontrer)