

Partie reconduite du programme précédent

PLAN DU COURS

Relations de comparaison entre fonctions :

On se place dans le cadre de fonctions définies et ne s'annulant pas au voisinage de $x_0 \in \overline{\mathbb{R}}$. Les définitions de négligeabilité et d'équivalence sont introduites au moyen de limites de quotients.

- Fonctions négligeables : définition, exemple des fonctions puissances, croissance comparée, substitution de la variable par une fonction ou par une suite.
- Équivalence des fonctions
 - Définition, propriété fondamentale de conservation de la limite, signe.
 - Équivalent de f admettant une limite finie non nulle, utilisation de la dérivabilité, catalogue d'équivalents classiques.
 - Si $g = o(f)$ alors $f + g \sim f$, compatibilité avec la valeur absolue, le produit, le quotient, les fonctions puissances.
 - Substitution de la variable par une autre variable ou par une suite.

Développements limités

- Définition de DL en 0, en x_0 . Exemple de $x \mapsto \frac{1}{1-x}$.
- Propriétés élémentaires : convergence, troncature, unicité, parité.
- Fonctions de classe \mathcal{C}^n . Formule de Taylor-Young (admise).
- DL usuels. Les DL en 0 des fonctions suivantes sont à connaître à tout ordre : exp, sin, cos, $x \mapsto (1+x)^\alpha$ (en particulier $x \mapsto \frac{1}{1+x}$), $x \mapsto \ln(1+x)$.
- Opérations sur les DL : combinaison linéaire, produit. Exemple de ch, sh.
- Opérations sur les DL (suite) : intégration (ex de Arctan), composée, quotient (ex du $DL_3(0)$ de tan).

Remarques aux colleurs et colleuses : Le calcul de dérivées n -èmes n'est pas un objectif pour le moment. L'utilisation des DL pour l'obtention de tangentes ou d'asymptotes obliques n'a pas encore été vue.

QUESTIONS DE COURS

Fonctions négligeables et équivalentes : Définitions des deux notions.

Exemples fondamentaux : comparaison de x^α et x^β quand $x \rightarrow 0$ et quand $x \rightarrow +\infty$, équivalent de f admettant une limite finie, th d'utilisation de la dérivabilité pour déterminer un équivalent.

Développements limités usuels : Donner les DL (à tout ordre) de exp, sin, cos, $x \mapsto (1+x)^\alpha$ (en particulier $x \mapsto \frac{1}{1+x}$) et $x \mapsto \ln(1+x)$.

Somme et produit de DL : Énoncer les propriétés concernant somme et produit de $DL_n(0)$. Application à sh(x) à l'ordre $2n+2$.

Intégration de DL : Énoncer la propriété d'intégration de $DL_n(0)$. Application : DL de Arccos à l'ordre 6 à calculer.

Quotient de DL : Expliquer la méthode et l'appliquer au $DL_3(0)$ de tan.

Nouvelle partie

PLAN DU COURS

Développements limités

- Utilisation des DL : calcul de limites, détermination de tangentes, recherche d'asymptotes obliques, position relative dans un voisinage.

Continuité sur un intervalle

- Théorème des valeurs intermédiaires, image d'un intervalle par une fonction continue.
- Théorème de continuité sur un segment, image d'un segment par une fonction continue.
- Théorème de bijection.

QUESTIONS DE COURS

Tangente et asymptote : Énoncer les propriétés de détermination d'une tangente et d'une asymptote oblique.

Théorème des valeurs intermédiaires : Énoncé du théorème avec schéma.

Application : montrer que toute fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continue qui ne s'annule pas est de signe constant.

Continuité sur un segment : Énoncé du théorème. Illustration. Corollaire sur l'image d'un segment.

Théorème de bijection : Énoncer le théorème.