

Partie reconduite du programme précédent

PLAN DU COURS

Introduction aux Matrices

- Définition de matrice réelle ou complexe. Matrice nulle, identité. Matrices triangulaires, diagonales.
- Addition matricielle et multiplication externe.
- Produit matriciel. Propriétés et “non-propriétés” du produit matriciel.
- Puissances d’une matrice. Formule du binôme.
- Transposition. Transposée d’un produit.
- Matrices inversibles. Produit et transposée de matrices inversibles.
- Matrices symétriques/antisymétriques.

Systèmes linéaires, opérations élémentaires et matrices

- Opérations élémentaires sur les lignes : transposition, dilatation, transvection.
- Equivalence de systèmes (par opérations sur les lignes). Conservation de l’ensemble solution.
- Equivalence par lignes sur les matrices.
- Exemples de résolution par la méthode du pivot de Gauss-Jordan.
- Traduction des opérations élémentaires par des produits matriciels.
- Méthode pratique de Gauss-Jordan d’inversibilité. Méthode pratique par résolution de  $AX = B$ .

**Remarque aux colleurs et colleuses.** aucune notion d’application linéaire n’a été vue. Les matrices sont pour l’instant vues comme objets indépendants.

QUESTIONS DE COURS

**Matrices en tout genre :** Définition de matrice réelle ou complexe, notations. Définir matrice nulle, identité, matrices triangulaires (supérieure/inférieure, stricte ou non), matrices diagonales.

**Produit matriciel :** Donner la définition “théorique” du produit matriciel. Lister les propriétés ou non-propriétés du produit matriciel.  
Énoncer la formule du binôme pour les matrices.

**Inversibilité :** Définition de matrice inversible. Un produit de matrices inversibles est inversible (démonstration).

**Ensemble stable.** Définition d’ensemble stable par combinaison linéaire/par produit.  
Montrer que l’ensemble des matrices triangulaires supérieures est stable par produit.

**Méthodes pratiques d’étude de l’inversibilité :** Inverser la matrice  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & -1 \\ -2 & -5 & 3 \end{pmatrix}$  avec la méthode matricielle ou par résolution de système (**au choix de l’examinateur : trice**)

Nouvelle partie

PLAN DU COURS

Dérivation

- Dérivabilité en un point, à gauche et à droite, utilisation d’un DL d’ordre 1.
- Théorèmes opératoires sur les fonctions dérivées.
- Dérivées d’ordre supérieur, classe d’une fonction, opérations, formule de Leibniz.
- Théorème de Rolle ; Théorème des accroissements finis ; inégalité des accroissements finis, une fonction dérivable sur un intervalle à dérivée bornée est lipschitzienne.
- Théorème limite de la dérivée.
- Dérivée et monotonie : caractérisation de la monotonie, de la stricte monotonie d’une fonction dérivable sur  $I$ .

QUESTIONS DE COURS

**Dérivabilité :** Définition. Interprétation graphique. Montrer qu’un produit de fonctions dérivables est dérivable.

**Théorème de Rolle :** Énoncé (avec illustration graphique). Démonstration (en admettant le lemme sur les extrema)

**Accroissements finis :** Énoncer et démontrer l’égalité des accroissements finis. Énoncer l’inégalité des accroissements finis puis le corollaire sur les fonctions lipschitziennes.

**Théorème limite de la dérivée :** Énoncé et démonstration du théorème. Application à  $f : x \mapsto x^3 \sin(1/x)$  prolongée par continuité avec  $f(0) = 0$ .