Partie reconduite du programme précédent

PLAN DU COURS

Dérivation

- Dérivabilité en un point, à gauche et à droite, utilisation d'un DL d'ordre 1.
- Théorèmes opératoires sur les fonctions dérivées.
- Dérivées d'ordre supérieur, classe d'une fonction, opérations, formule de Leibniz.
- Théorème de Rolle ; Théorème des accroissements finis ; inégalité des accroissements finis, une fonction dérivable sur un intervalle à dérivée bornée est lipschitzienne.
- Théorème limite de la dérivée.
- Dérivée et monotonie : caractérisation de la monotonie, de la stricte monotonie d'une fonction dérivable sur I.

QUESTIONS DE COURS

Dérivabilité : Définition. Interprétation graphique. Montrer qu'un produit de fonctions dérivables est dérivable.

Théorème de Rolle : Énoncé (avec illustration graphique). Démonstration (en admettant le lemme sur les extrema)

Accroissements finis : Énoncer et démontrer l'égalité des accroissements finis. Énoncer l'inégalité des accroissements finis puis le corollaire sur les fonctions lipschitziennes.

Théorème limite de la dérivée : Énoncé et démonstration du théorème.
Application à $f : x \mapsto x^3 \sin(1/x)$ prolongée par continuité avec $f(0) = 0$.

PCSI 1 COLLES DE MATHÉMATIQUES : SEMAINE DU 23/02

Nouvelle partie

PLAN DU COURS

Suites itératives

- Notions d'intervalle stable et de point fixe. Conséquences sur la suite et les limites finies éventuelles.
- Utilisation du caractère lipschitzien de f (obtenu à l'aide de l'inégalité des accroissements finis) pour montrer la convergence.
- Quelques pistes d'étude pour le cas général de u définie par $u_{n+1} = f(u_n)$:
  — Monotonie de u à l'aide de $x \mapsto f(x) - x$ ou de la croissance de f.
  — Utilisation du théorème de limite monotone.
  — Cas de f décroissante.

Polynômes

- Définition, opérations sur les polynômes, polynômes dérivés, formules sur le degré.
- Fonctions polynomiales, racines d'un polynôme.
- Formule de Taylor.
- Division euclidienne, divisibilité par $X - a$, par $(X - x_1)\cdots(X - x_n)$ (x_i distincts). Conséquence sur le nombre de racines distinctes.

Remarques aux colleurs et colleuses. Pas encore de racines multiples, ni de décomposition en irréductibles.

QUESTIONS DE COURS

Deux notions fondamentales pour les suites itératives : Définition d'intervalle stable. Application à énoncer.
Définition de point fixe. Application à justifier.

Une étude de suite itérative : Prouver la convergence de la suite u définie par $u_0 \geqslant 0$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \dfrac{1}{2 + u_n}$ (inégalité des accroissements finis à utiliser).

Opérations sur les polynômes et degré : Formule de calcul des coefficients d'un produit de polynômes. Définition du polynôme dérivé.
Degré d'un produit, d'une somme, d'un polynôme composé, d'un polynôme dérivé (r fois).

Formule de Taylor : Enoncé. Démonstration dans le cas des polynômes $E_p = X^p$.

Divisibilité : Enoncé de la division euclidienne.
Condition de divisibilité par $X - a$ (à démontrer),
Condition de divisibilité par $(X - x_1)\cdots(X - x_n)$, x_i distincts(sans démonstration).
Conséquence sur le nb de racines *distinctes* d'un polynôme (sans démonstration).