

Partie reconduite du programme précédent

PLAN DU COURS

Polynômes

- Racine d'ordre supérieur : définition en terme de divisibilité, caractérisation par les dérivées. Conséquence sur le nombre de racines (avec multiplicité).
 - Polynôme irréductible. Décomposition en irréductibles sur $\mathbb{C}$ et sur $\mathbb{R}$.
 - Somme et produit des racines.
-

QUESTIONS DE COURS

Racines d'ordre supérieur : Définition. Caractérisations par annulation des polynômes dérivés. Démonstration d'une des implications *au choix de l'examineur/rice*.

Autour de la décomposition en irréductibles : Énoncer le théorème de d'Alembert-Gauss.

Énoncer les deux résultats de décomposition (dans $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$).

Expliquer succinctement comment passer de la décomposition dans $\mathbb{C}[X]$ à celle dans $\mathbb{R}[X]$ (on exprimera $(X - z)(X - \bar{z})$.)

Décomposition de $X^n - 1$: Donner la décomposition de $X^n - 1$ sur $\mathbb{C}$. En déduire celle sur $\mathbb{R}$ dans le cas n pair. On s'aidera d'une représentation graphique des racines.

Somme et produit des racines : Énoncer le théorème. Exemple de $X^n - 1$.

Nouvelle partie

PLAN DU COURS

Espaces vectoriels sur $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

- Définition, règles de calcul.
- Exemples de référence : $\mathbb{K}^n$, $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, $\mathcal{F}(A, \mathbb{K})$ où A ensemble, $\mathcal{F}(I, \mathbb{R})$, suites.
- Sous-espaces vectoriels, intersection de sous-espaces, exemples de sous-espaces : fonctions continues, dérivables, fonctions polynomiales, solutions d'une EDLH ; suites convergentes, convergentes vers 0, suites récurrentes linéaires d'ordre 2.
- Combinaisons linéaires. Espaces vectoriels engendrés, familles génératrices.
- Familles libres, cas des familles à 1 ou 2 vecteurs.
- Somme de deux sous-espaces, somme directe, sous-espaces supplémentaires.

Remarque. La notion de dimension finie n'a pas encore été vue.

QUESTIONS DE COURS

Sous-espace vectoriel : définition de sous-espace vectoriel. Exemple des polynômes de $\mathbb{K}_4[X]$ s'annulant en a et b fixés et distincts (*à démontrer avec la déf de sous-espace*).

Espace vectoriel engendré : Définir $\text{Vect}(e_1, \dots, e_n)$ et démontrer que c'est un sous-espace de E .

Famille génératrice/libre : Définition de famille génératrice, deux ptés d'invariance à énoncer (adjonction d'un vecteur de l'esp engendré, ajout d'une CL des autres)

Définition de famille libre. Caractérisation pour 1 ou 2 vecteurs.

Vers les supplémentaires : Déf et caractérisation d'une somme directe (à démontrer), déf de ss-evs supplémentaires.

Exemple de supplémentaires : On pose $F = \{(x, y, z) | 2x - 4y + 3z = 0\}$ et $G = \text{Vect}((1, 0, -1))$.
Montrer par analyse-synthèse que les sous espaces F et G sont supplémentaires dans $\mathbb{R}^3$.
