

Partie reconduite du programme précédent

PLAN DU COURS

Espaces de dimension finie

- Définition d'espace de dimension finie.
- Parties libres maximales, génératrices minimales. Equivalence avec la notion de base.
- Bases canoniques, coordonnées.
- Théorème de la base incomplète. Existence de base.
- Dimension d'un espace de dimension finie. Droites, plans.
- Caractérisation d'une base quand la dimension est connue.
- Dimension d'un sous-espace d'un espace de dimension finie. Cas d'égalité.
- Obtention de supplémentaires par "découpage" d'une base. Base adaptée à une décomposition.
- Existence d'un supplémentaire en dimension finie. Formule de Grassmann.
- Caractérisation de la supplémentarité par intersection et somme des dimensions.
- Rang d'une famille de vecteurs. Obtention par la méthode de Gauss sur les vecteurs colonnes des coordonnées.

QUESTIONS DE COURS

- Notion de base :** Définition de base. Existence et unicité des coordonnées (à démontrer). Bases canoniques de $\mathbb{K}^n$, $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ et $\mathbb{K}_n[X]$.
- Notion de dimension :** Lemme de Steinitz (lien entre cardinal d'une famille génératrice et d'une famille libre), définition de dimension, justification de la déf. Caractérisation d'une base quand on connaît la dimension.
- Découpage de base et base adaptée :** Enoncer et démontrer la propriété sur les ss-evs supplémentaires obtenus par "découpage" d'une base. Enoncer la pté sur les bases adaptées.
- Formule de Grassman :** Énoncé et démonstration

Nouvelle partie

PLAN DU COURS

Applications linéaires

- Définition, vocabulaire (endo/iso/automorphisme, forme linéaire), exemples.
- Règles de calcul : image du vecteur nul, linéarité "généralisée".
- Opérations sur les applications linéaires : structure d'espace vectoriel de $\mathcal{L}(E, F)$ et $\mathcal{L}(E)$
- Composée d'AL, réciproque d'un isomorphisme ; distributivité de la composition sur l'addition.
- Noyau, image : définition, structure, caractérisation de l'injectivité et de la surjectivité.
- Projecteurs : Définition des projecteurs associés p_1 et p_2 à une décomposition $E = E_1 \oplus E_2$, propriétés élémentaires (linéarité, $p_1 + p_2 = Id_E$, $p_1 \circ p_2 = 0$, image et noyau, ens des points fixes) caractérisation (si $p \in \mathcal{L}(E)$, p projecteur $\iff p \circ p = p$).
- Symétries : définition, propriétés (automorphie, projecteur associé, écritures des sous-espaces associés comme noyaux), caractérisation (si $s \in \mathcal{L}(E)$, s symétrie $\iff s \circ s = Id_E$).

Remarques : pas encore d'AL en dimension finie ni de matrices d'AL.

QUESTIONS DE COURS

- Généralités sur les applications linéaires :** Définition, vocabulaire, exemple et contre-exemple de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^2$.
- Composition et AL** Montrer que la réciproque d'un isomorphisme est un isomorphisme. Enoncer les propriétés de distributivité de la composition sur la somme.
- Noyau, image :** Définition, structure, caractérisation de l'injectivité et de la surjectivité. Démonstrations de la structure du noyau et de la caractérisation de l'injectivité.
- Projecteurs/symétries :** Pour les projecteurs ou les symétries (au choix de l'examineur/trice) donner sans démonstration : définition (illustrée), propriétés (cf plan du cours pour la liste des ptés que les élèves doivent savoir) et caractérisation.
- Caractérisation des projecteurs :** Démontrer que (p endomorphisme et $p \circ p = p$) implique p projecteur.