Partie reconduite du programme précédent

Plan du cours

Matrices et applications linéaires

- Matrice d'une famille de vecteurs, d'une application linéaire. Calcul de l'image d'un vecteur.
- AL canoniquement associée à une matrice, noyau et image d'une matrice.
- Produit matriciel et composée d'AL. Matrices inversibles et isomorphismes.
  L'inversibilité d'un côté entraîne l'inversibilité d'une matrice. Caractérisation en terme de système.
- Changement de bases : matrice de passages ; effet sur les coordonnées d'un vecteur ; effet sur les applications linéaires.
- Retour sur le rang d'une matrice. Th du rang matriciel. Caractérisation des matrices inversibles par le rang. Invariance du rang par multiplication par une matrice inversible/par opérations sur les lignes (ou les colonnes).

Remarque. Pas encore de déterminant.

Questions de cours

Un exemple de matrice d'une AL : Soit E un espace vectoriel de base $(\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{e_3})$.
On considère u l'endomorphisme de E défini par

$$u(\overrightarrow{e_1}) = \overrightarrow{e_2} - \overrightarrow{e_3},\ u(\overrightarrow{e_2}) = \overrightarrow{e_3} - \overrightarrow{e_1},\ u(\overrightarrow{e_3}) = \overrightarrow{e_1} - \overrightarrow{e_2}.$$

a. Ecrire la matrice A de u dans cette base. Déterminer $\ker u$, $\operatorname{Im} u$.

b. On admet que $A^{2n+1} = (-3)^n A$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. Déterminer l'expression de u^{2n+1} pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Produit matriciel et applications linéaires : Lien entre le produit matriciel et la composition des applications linéaires. Démonstration.

Matrices inversibles : Caractérisation des isomorphismes par la matrice (à démontrer). Conséquence : caractérisation des matrices inversibles par un système (3 ptés équivalentes à A inversible)

Matrices de passage - changement de base. Définition de matrice de passage. Formule de changement de base pour les coordonnées d'un vecteur.
Formule de changement de base pour une application linéaire (cadre à préciser). Cas d'un endomorphisme.

Synthèse sur le rang En utilisant comme source les différents chapitres sur les matrices et l'algèbre linéaire, présenter les différentes notions de rang (familles, AL, matrices) et leur relations. Présenter succinctement quelques méthodes (abstraites ou concrètes) de calcul de rang.

Nouvelle partie

Plan du cours

Ensembles finis - Dénombrement

- Ensemble fini. Cardinal d'une partie (+cas d'égalité)
- Applications entre ensemble finis.
- Cardinaux et opérations : union disjointe, complémentaire, union quelconque
  Cardinal d'un produit cartésien, nombre d'applications, nombres de parties.
- Notion de p-liste, de p-liste d'éléments distincts. Nombre de p-listes d'élts distincts.
  Dénombrement des injections, des permutations
- Combinaisons de p élts parmi n. Nombre de combinaisons.
  Démonstrations combinatoire/ensembliste de formules sur les coefficients binomiaux : sommes des $\binom{n}{p}$ ($p = 0..n$), formule de symétrie, formule de Pascal, formule du binôme.

Probabilités

- Expérience aléatoire et univers, événements certain et impossible, événement contraire, intersection, réunion.
- Système complet d'événements, événements élémentaires.
- Définition de probabilité, propriétés, additivité disjointe finie
- Décomposition de la probabilité d'un événement au moyen d'un système complet d'événements.
  Détermination d'une probabilité par les singletons. Probabilité uniforme.

Remarques : le programme se limite à des univers **finis**.
Les probabilité conditionnelles seront vues ultérieurement.

Questions de cours

Notion de liste : Définition de p-liste et nombre de p-listes, nombre de p-listes d'éléments distincts (à démontrer), nombre de permutations.

Combinaisons : Définition de combinaison. Nombre de combinaisons. Enoncer et démontrer *de manière ensembliste* la formule de Pascal.

Notion de probabilité : Définition d'une probabilité. Propriétés (complémentaire, croissance, union). Démonstration de la formule pour $P(B \setminus A)$ et de la croissance.

Système complet d'événements : Définition de SCE. Énoncer et démontrer la propriété de décomposition de la probabilité d'un événement.

Détermination d'une proba par les singletons : Énoncer le théorème et son corollaire sur l'équiprobabilité.