

Partie reconduite du programme précédent

PLAN DU COURS

Ensembles finis - Dénombrement

- Ensemble fini. Cardinal d'une partie (+cas d'égalité)
- Applications entre ensemble finis.
- Cardinaux et opérations : union disjointe, complémentaire, union quelconque
Cardinal d'un produit cartésien, nombre d'applications, nombres de parties.
- Notion de p -liste, de p -liste d'éléments distincts. Nombre de p -listes d'élts distincts.
Dénombrement des injections, des permutations
- Combinaisons de p élts parmi n . Nombre de combinaisons.
Démonstrations combinatoire/ensembliste de formules sur les coefficients binomiaux : sommes des $\binom{n}{p}$ ($p = 0..n$), formule de symétrie, formule de Pascal, formule du binôme.

Probabilités

- Expérience aléatoire et univers, événements certain et impossible, événement contraire, intersection, réunion.
- Système complet d'événements, événements élémentaires.
- Définition de probabilité, propriétés, additivité disjointe finie
- Décomposition de la probabilité d'un événement au moyen d'un système complet d'événements.
Détermination d'une probabilité par les singletons. Probabilité uniforme.

Remarques : le programme se limite à des univers finis.

Les probabilités conditionnelles seront vues ultérieurement.

QUESTIONS DE COURS

Notion de liste : Définition de p -liste et nombre de p -listes, nombre de p -listes d'éléments distincts (à démontrer), nombre de permutations.

Combinaisons : Définition de combinaison. Nombre de combinaisons. Énoncer et démontrer de manière ensembliste la formule de Pascal.

Notion de probabilité : Définition d'une probabilité. Propriétés (complémentaire, croissance, union).
Démonstration de la formule pour $P(B \setminus A)$ et de la croissance.

Système complet d'événements : Définition de SCE. Énoncer et démontrer la propriété de décomposition de la probabilité d'un événement.

Détermination d'une proba par les singletons : Énoncer le théorème et son corollaire sur l'équiprobabilité.

Nouvelle partie

PLAN DU COURS

Probabilités conditionnelles

- Définition et propriétés élémentaires. Cas d'une probabilité uniforme.
- Formule des probabilités composées et formule des probabilités totales.
- Formules de Bayes (version "simple" et version utilisant un système complet d'événements).
- Indépendance d'événements : cas de deux événements, famille d'événements deux à deux indépendants, mutuellement indépendants.

QUESTIONS DE COURS

Notion de probabilité conditionnelle : Énoncé et démo du théorème définissant la probabilité conditionnelle.

Formule des probabilités composées : Énoncé de la formule.

Application : Une urne opaque contient n boules dont b blanches et r rouges, indiscernables au toucher, avec $r \geq 5$. On tire successivement et sans remise 4 boules de cette urne. Quelle est la probabilité que les 4 boules tirées soient rouges ?

Formule des probabilités totales : Énoncé de la formule.

Application. Dans 4 urnes numérotées de 1 à 4 sont réparties des boules blanches et des boules noires. Chaque urne contient le même nombre N de boules. L'urne i contient n_i boules noires (et donc $N - n_i$ boules blanches).

La probabilité que l'urne i soit choisie est $\frac{i}{10}$. Une fois l'urne choisie, une boule y est tirée au hasard. Quelle est la probabilité que la boule tirée soit noire ?

Formules de Bayes : Énoncé de la formule "simple".

Application : Dans une usine, deux ateliers A et B fabriquent des écrans pour portable. Ces composants arrivent ensuite dans l'atelier d'assemblage.

Le rapport d'une étude statistique montre que 5% des composants de l'atelier A sont défectueux contre seulement 1% pour l'atelier B. Par contre 75% des composants arrivant à l'atelier proviennent de l'atelier A.

Après l'assemblage, un portable est tiré au hasard. et son écran ne fonctionne pas. Quelle est la probabilité que l'écran soit sorti défectueux de l'atelier A ?

Indépendance : Définitions de deux événements indépendants. Caractérisation en terme de proba conditionnelle. Définition de famille d'événements deux à deux indépendants, mutuellement indépendants. Implication entre les deux dernières notions à préciser.