

## Partie reconduite du programme précédent

## PLAN DU COURS

## Probabilités conditionnelles

- Définition et propriétés élémentaires. Cas d'une probabilité uniforme.
- Formule des probabilités composées et formule des probabilités totales.
- Formules de Bayes (version "simple" et version utilisant un système complet d'événements).
- Indépendance d'événements : cas de deux événements, famille d'événements deux à deux indépendants, mutuellement indépendants.

---

 QUESTIONS DE COURS

**Notion de probabilité conditionnelle :** Énoncé et démo du théorème définissant la probabilité conditionnelle.

**Formule des probabilité composées :** Énoncé de la formule.

Application : Une urne opaque contient  $n$  boules dont  $b$  blanches et  $r$  rouges, indiscernables au toucher, avec  $r \geq 5$ . On tire successivement et sans remise 4 boules de cette urne. Quelle est la probabilité que les 4 boules tirées soient rouges ?

**Formule des probabilités totales :** Énoncé de la formule.

Application. Dans 4 urnes numérotées de 1 à 4 sont réparties des boules blanches et des boules noires. Chaque urne contient le même nombre  $N$  de boules. L'urne  $i$  contient  $n_i$  boules noires (et donc  $N - n_i$  boules blanches).

La probabilité que l'urne  $i$  soit choisie est  $\frac{i}{10}$ . Une fois l'urne choisie, une boule  $y$  est tirée au hasard. Quelle est la probabilité que la boule tirée soit noire ?

**Formules de Bayes :** Énoncé de la formule "simple".

Application : Dans une usine, deux ateliers A et B fabriquent des écrans pour portable. Ces composants arrivent ensuite dans l'atelier d'assemblage.

Le rapport d'une étude statistique montre que 5% des composants de l'atelier A sont défectueux contre seulement 1% pour l'atelier B. Par contre 75% des composants arrivant à l'atelier proviennent de l'atelier A.

Après l'assemblage, un portable est tiré au hasard. et son écran ne fonctionne pas. Quelle est la probabilité que l'écran soit sorti défectueux de l'atelier A ?

**Indépendance :** Définitions de deux événements indépendants. Caractérisation en terme de proba conditionnelle. Définition de famille d'événements deux à deux indépendants, mutuellement indépendants. Implication entre les deux dernières notions à préciser.

---

## Nouvelle partie

## PLAN DU COURS

## Variables aléatoires (v.a.)

- Définition, v.a. constante, v.a. indicatrice, système complet associé.
- Loi d'une v.a., transformée d'une v.a.
- Espérance, propriétés, théorème de transfert ; variance, propriétés, écart-type, inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

## Lois usuelles

- Loi uniforme, espérance.
- Loi de Bernoulli, espérance, variance.
- Loi binomiale, espérance et variance, somme de Bernoulli mutuellement indépendantes.

## Couples de variables aléatoires

- Définition, loi conjointe, lois marginales, loi conditionnelle.
- Indépendance, indépendance mutuelle, espérance du produit de deux v.a. indépendantes.
- Covariance, variance d'une somme, cas de v.a. indépendantes.

**Remarque aux colleuses et colleurs :** tout se déroule encore sur un univers fini. Par conséquent toutes les v.a. rencontrées sont à image finie.

---

## QUESTIONS DE COURS

**Espérance d'une v.a. réelle :** Définition, propriétés (linéarité, croissance), th de transfert à énoncer.

**Variance :** Définition, ptés, formule de Koenig-Huygens.

Démontrer la formule de  $V(aX + b)$  et la formule de Koenig-Huygens.

**Lois d'un couple de v.a. :** Définition de couple de v.a., loi conjointe, lois marginales.

Exemple : Une urne contient trois boules indiscernables numérotées 1,2,3. On tire successivement avec remise deux boules. On note  $X_1$  (resp.  $X_2$ ) le numéro de la première (resp. seconde) boule. On pose  $X = X_1$  et  $Y = \min(X_1, X_2)$ .

Déterminer la loi conjointe puis les lois marginales du couple  $Z = (X, Y)$  (à représenter dans un tableau).

**Présentation des lois usuelles :** Donner sans démonstration : définition et espérance de loi uniforme, de Bernoulli, binomiale ; variance d'une loi de Bernoulli et binomiale. Expliquer comment reconnaître en pratique une loi binomiale.

**Covariance.** Définition. Démonstration des formules  $cov(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$  et  $V(X + Y) = V(X) + V(Y) + 2cov(X, Y)$

---