Partie reconduite du programme précédent

Plan du cours

Déterminants d'ordre n

- Existence et unicité de l'application déterminant sur $\mathscr{M}_n(\mathbb{K})$. Propriétés ($\det(\lambda A)$, colonne nulle, deux colonnes identiques, cas des matrices diagonales).
- Cas des déterminants d'ordre 2 et 3 (formules explicites).
- Effet des opérations élémentaires, déterminant d'une matrice triangulaire, caractérisation de l'inversibilité.
- Formulaire ($\det(AB), \det(A^{-1}), \det({}^tA)$). Développement suivant une ligne ou une colonne.
- Déterminant d'une famille de vecteurs, interprétation géométrique (aire, volume), caractérisation des bases. Déterminant d'un endomorphisme, propriétés (déterminant d'une composée, cas des automorphismes)

Remarque aux colleurs et colleuses : L'existence du déterminant est admise (aucune notion de permutation n'a été vue). Pas de formules de Cramer.

Questions de cours

Notion de déterminant : Enoncer la prop d'existence et d'unicité du déterminant. Enoncer et démontrer les propriétés du déterminant (voir liste dans le plan du cours).

Déterminant d'une famille de vecteurs : Définition, interprétation géométrique, caractérisation d'une base. Exemple avec une famille de polynômes échelonnés en valuation (dans $\mathbb{R}_3[X]$).

Déterminant d'un endomorphisme : Énoncé et démo de la prop justifiant l'existence.

Propriétés (composition et automorphisme) à énoncer.

Exemple : déterminant de l'application transposition de $\mathscr{M}_n(\mathbb{K})$.

Déterminant et inversibilité : Caractérisation d'une matrice inversible par le déterminant.

Exemple de la matrice $\begin{pmatrix} a+b & a & a \\ a & a+b & a \\ a & a & a+b \end{pmatrix}$

(déterminant et CNS d'inversibilité)

Opérations élémentaires et calcul de déterminants : Préciser les conséquences sur la valeur du déterminant d'opérations élémentaires sur les colonnes. Donner la formule de développement selon une colonne.

Calcul du déterminant de Vandermonde $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$ (résultat attendu sous forme factorisée).

PCSI 1 — Colles de mathématiques : semaine du 15/06

Nouvelle partie

Plan du cours

Séries

- Notion de série, somme partielle, convergence, somme, reste d'indice n. Cas des séries géométriques.
- Ptés de la convergence : condition nécessaire, ths opératoires.
- Deux compléments : lien entre la suite (u_n) et la série σu_n, convergence des séries complexes.
- Théorèmes de comparaison des séries à termes positifs ($\leqslant, O, \sim$).
- Etude des séries de Riemann. Méthode de comparaison série-intégrale
- Convergence absolue. CVA $\implies$ CV

Remarques : pas de séries alternées au programme de sup. Pas d'énoncé précis pour la comparaison série-intégrale (méthode à savoir refaire).

Questions de cours

Notion de série : Définir série, somme partielle, convergence, somme et reste.

Exemple de la série géométrique $\sum z^n$: caractérisation de convergence et démonstration.

Séries à termes positifs : Énoncer l'alternative possible pour une SATP. Enoncer les théorèmes de comparaison ($\leqslant, O, \sim$) puis démontrer le cas de l'inégalité.

Séries de Riemann : Enoncé et démonstration d'un des cas (convergence ou divergence) *au choix de l'examinateur/trice.*

Un schéma illustrant la comparaison série-intégrale doit apparaître.

Convergence absolue : Définition. Condition suffisante à démontrer.

Exemples de séries : Etudier la convergence des séries suivantes $\sum i^n, \sum (1-\cos(1/n)), \sum e^{-n^2}, \sum \dfrac{(-1)^n}{n^2}$.