

7. la H_4

Dans $EO H_4$ on a :

$$2\alpha_4 + \frac{\pi}{4} = \pi$$

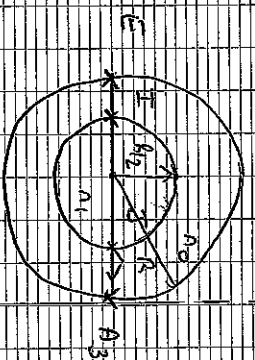
$$2\alpha_4 = 3\pi - \frac{\pi}{4}$$

$$\alpha_4 = \frac{3\pi}{8} > \frac{\pi}{4}$$

On sait que pour α l'angle d'incidence limite aux deux
desquels il y a réflexion totale (cf. 4°)

Il y a donc réflexion totale en H_4 , pour réflexion normale
en H_1 (angle d'incidence $\alpha_1 > \frac{\pi}{4}$), puis en A_2 , etc. Le rayon
reste confiné.

8-a)



$$\alpha_1 = \frac{EI}{c/n_0} + \frac{IJ}{c/n_0} + \frac{JA_3}{c/n_0} = 2EI/n_0 + IJ/n_0$$

$$\text{or } EI = R\alpha_2 \text{ et } IJ = 2 \times R = R$$

$$\alpha_1 = \frac{R\alpha_2 + R}{c}$$

8-b)

Cherchons m_1

$$\alpha_1 = \alpha_2 \text{ , soit } \frac{R\alpha_2 + R}{c} = \frac{R\alpha_2 + R\alpha_1}{c} = \frac{m_0 V_2 R}{c}$$

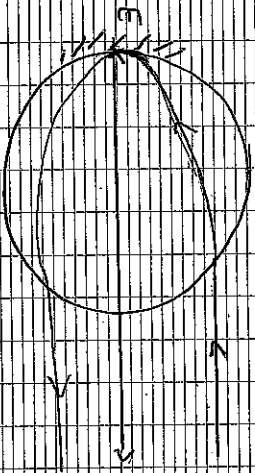
$$m_1 = m_0 V_2 + 1 - m_0$$

$$m_1 = 1.6$$

9.

Les rayons issus de E émergent parallèlement
à l'axe optique, l'image de E à travers
le doublet est à l'infini, ou l'axe optique
est si le foyer objet.

10.



Un rayon incident ne réfléchit pas E , y réfléchissant
pas non plus à l'axe optique, il va émerger de
le doublet parallèlement au rayon incident
C'est comme si on avait un miroir plan, avec
un rayon pour un objet
à l'infini.



Problème 2 - latitude de mise au point d'un appareil photographique

[1] Soit N_p le nombre de pixels. Le capteur étant rectangulaire de surface L, h , la surface a^2 d'un pixel vérifie

$$a^2 = \frac{Lh}{N_p}$$

$$a = \sqrt{\frac{Lh}{N_p}}$$

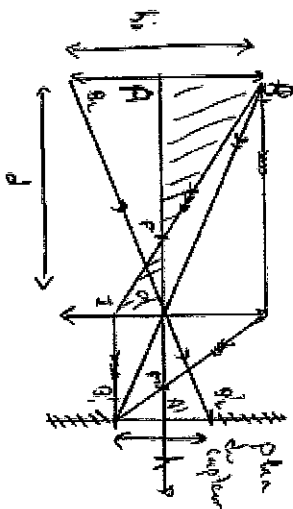


et donc

Application numérique :

$$a \simeq 4 \mu\text{m}$$

[2] Le sujet photographié B_1, B_2 donne sur le capteur l'image B'_1, B'_2 de dimension h .



Par construction, $A \rightarrow A'$. On applique la formule de grandissement transversal avec origine au centre O de la lentille :

$$\gamma = \frac{OA'}{OA}$$

avec $OA = h_0/2$ et $OA' = -h/2$, l'image qui occupe toute la hauteur du capteur étant renversée. On conclut

$$\gamma = -\frac{h}{h_0} \simeq -8,10^{-3}$$

[3] On applique le théorème de Thalès dans les triangles FAB_1 et FOI semblables sachant que $OI = \overline{AB'_1}$:

$$\gamma = \frac{AB'_1}{AB_1} = \frac{FO}{FA}$$

$$\text{avec } FA = FO + OA = f' - d$$

$$(f' - d)\gamma = f'$$

On en déduit

On isole d pour conclure

$$d = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) f'$$

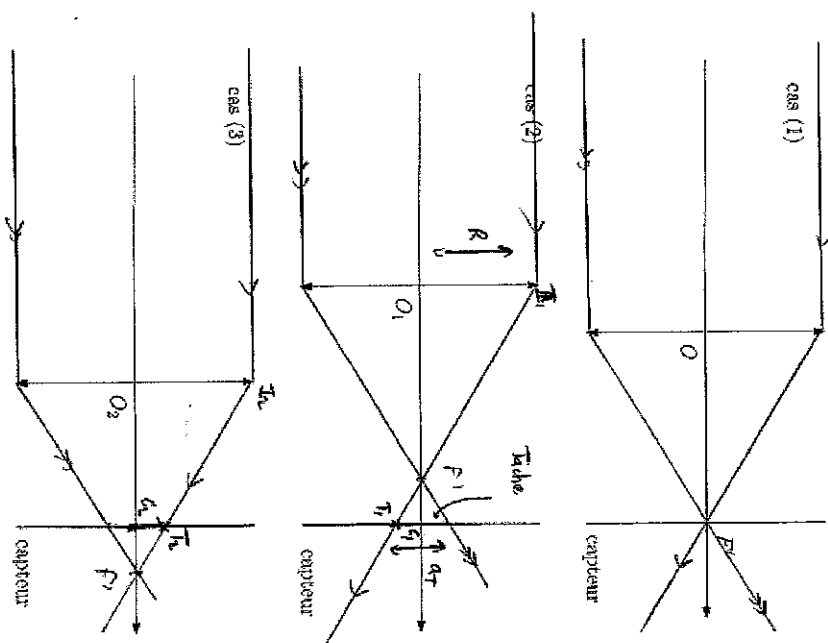
Pour l'application numérique on peut simplifier en notant que $1/\gamma \gg 1$:

Application numérique :

$$d \simeq -\frac{f'}{\gamma} \simeq 6 \text{ m}$$

[4] D'après la question 3, $d \gg f'$ ce qui permet de considérer l'objet à l'infini. Le capteur est alors situé dans le plan focal image de la lentille.

[5.a] Les rayons incidents parallèles passant par les bords de la lentille convergent en F' .



[5.b] Pour que l'image puisse être considérée comme nette, il faut que la taille σr de la tache vérifie

$$\sigma r < a$$

5.c] Pour cette question on considère les distances absolues.

Pour le cas (2), d'après le théorème de Thalès, dans les triangles $I_1 O_1 F'$ et $T_1 C_1 F'$ semblables

$$\frac{F'C_1}{C_1 T_1} = \frac{O_1 F'}{O_1 I_1}$$

On isole $F'C_1$ en notant que $O_1 I_1 = R$. On se place à la limite de la condition établie question 5.b de sorte que $C_1 T_1 = a/2$. Il vient

$$F'C_1 = \frac{f' a}{2R}$$

On applique le même raisonnement pour le cas (3) dans les triangles $O_2 I_2 F'$ et $C_2 T_2 F'$ semblables ce qui donne

$$C_2 F' = \frac{f' a}{2R}$$

Or par construction $O_1 O = F'C_1$ et $O O_2 = C_2 F'$. On conclut

$$O_1 O_2 = \frac{f' a}{R}$$

Par identification avec la définition $NO = f' a / (2R)$ on vérifie bien que

$$O_1 O_2 = 2N_0 a$$

5.d] A.N :

$$O_1 O_2 (N_0 = 1, 2) = 0, 01 \text{ mm} \quad O_1 O_2 (N_0 = 16) = 0, 1 \text{ mm}$$

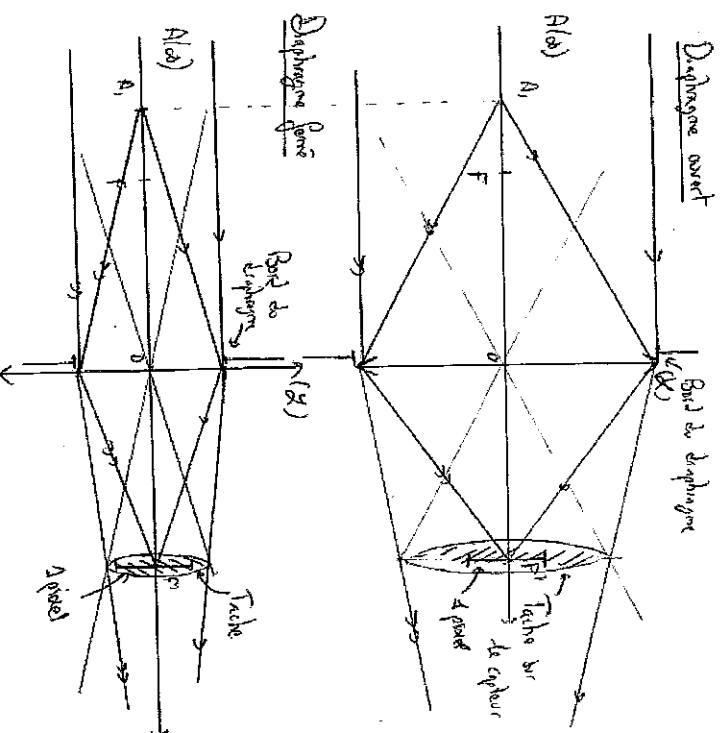
La latitude de mise au point est d'autant plus importante que le diaphragme est fermé mais elle reste très faible.

6.a] On réalise la mise au point sur le point objet A à l'infini. Le capteur est dans le plan focal image de la lentille. Un point objet A_1 situé plus proche de la lentille donne sur le capteur une tache. Lorsque le diaphragme est ouvert cette tache est trop grande par rapport à la taille d'un pixel : l'image de A_1 sur le capteur est floue.

En augmentant N_0 , on ferme le diaphragme toutes choses égales par ailleurs. La taille de la tache diminue (sur la figure suivante la tache est vue quasiment nette).

On obtient la même conclusion avec un point A_1 situé avant A. La tache obtenue sur le capteur provenant d'un objet à distance finie est d'autant plus grande que le diaphragme est ouvert. En conséquence,

La profondeur de champ augmente si N_0 augmente.



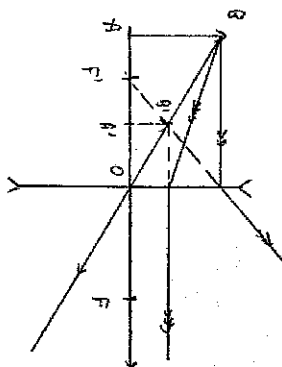
6.b] Pour réaliser un portrait on souhaite une faible profondeur de champ afin que les détails ne soient nets qu'au niveau du visage. On choisit donc $N_0 = 1, 2$

(4)

Problème 3 - étude simplifiée d'un objectif de photocopieur

A - Résultats sur la lentille divergente

A.1 Un objet réel donne nécessairement par une lentille divergente une image virtuelle. On le vérifie par le tracé suivant, l'objet AB étant positionné à un endroit quelconque de l'espace objet



La position relative de A par rapport à F' n'a aucune importance!

A.2 Soit $AB \xrightarrow{(C),O} A'B'$. D'après la relation de grandissement avec origine en O,

$$\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

L'image étant réelle, $\overline{OA'} > 0$. Par ailleurs, d'après la question précédente, si l'image est réelle alors l'objet est nécessairement virtuel de sorte que $\overline{OA} > 0$. On conclut

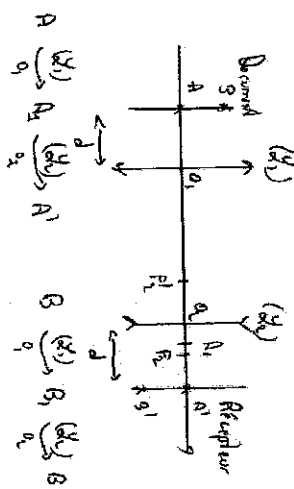
$$\gamma > 0$$

L'image est droite.

B - Transformation du format A4 vers le format A3

B.1 La lentille $\mathcal{L}_2$ étant divergente, l'objet étant réel, elle ne peut, d'après la question A.1, donner seule une image réelle du document sur le récepteur.

B.2.a



Relation de conjugaison de Descartes pour $\mathcal{L}_2$:

$$\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{f_2'} \quad \text{avec} \quad \overline{O_2A'} = d \quad \text{et} \quad f_2' = -d/2$$

Il vient

$$\frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{d} + \frac{2}{d}$$

soit finalement

$$\overline{O_2A_1} = \frac{d}{3} = 60 \text{ mm}$$

On vérifie que A_1 est virtuel pour $\mathcal{L}_2$.

B.2.b D'après la relation de Chasles, $\overline{O_1A_1} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2A_1}$. Par construction $\overline{O_1O_2} > 0$ et d'après la question précédente $\overline{O_2A_1} > 0$. Ainsi,

$$\overline{O_1A_1} > 0 : \text{l'image } A_1 \text{ pour } \mathcal{L}_1 \text{ est réelle.}$$

Pour la lentille $\mathcal{L}_1$, $\overline{O_1A} < 0$ donc $\frac{1}{\overline{O_1A}} < 0$. De plus, $\overline{O_1A_1} > 0$ donc $\frac{1}{\overline{O_1A_1}} > 0$. La relation de conjugaison de Descartes étant

$$\frac{1}{f_1'} = \frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}}$$

on obtient directement $\frac{1}{f_1'} > 0$. La lentille $\mathcal{L}_1$ est convergente.

On peut aussi s'appuyer sur la question A.1 où l'on a montré qu'une lentille divergente ne permettrait pas d'obtenir d'un objet réel une image réelle.

B.2.c Par construction

$$\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{A_1B_1}} \cdot \frac{\overline{A_1B_1}}{AB}$$

D'après la relation de grandissement avec origine en O_1 pour $\mathcal{L}_1$,

$$\frac{\overline{A_1B_1}}{AB} = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} < 0$$

D'après la question B.2, pour la lentille L_2 , $\frac{A'B'}{A_1B_1} > 0$. On conclut que

L'image finale est inversée.

Pour doubler la surface tout en conservant le même rapport hauteur sur largeur, il faut multiplier la hauteur (ou la largeur) par $\sqrt{2}$. On doit donc choisir

$$\gamma = -\sqrt{2}$$

B.2.d On écrit deux fois la relation de grandissement :

$$\gamma = \frac{\overline{O_1 A_1}}{\overline{O_1 A}} \frac{\overline{O_2 A'}}{\overline{O_2 A_1}}$$

On explicite chaque distance algébrique en fonction de d et $\overline{O_1 O_2}$:

$$\gamma = \frac{\overline{O_1 O_2} + d/3}{-d} \frac{d}{d/3} = -\frac{3\overline{O_1 O_2} + d}{d}$$

On obtient

$$\overline{O_1 O_2} = \frac{-\gamma - 1}{3} d = 24 \text{ mm}$$

B.2.e La relation de conjugaison de Descartes appliquée à L_1

$$\frac{1}{\overline{O_1 A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1 A}} = \frac{1}{f_1}$$

avec ici

$$\overline{O_1 A} = -d \quad \text{et} \quad \overline{O_1 A_1} = \overline{O_1 O_2} + \overline{O_2 A_1} = -\frac{\gamma}{3} d$$

On conclut

$$f_1 = \frac{\gamma}{\gamma - 3} d$$

B.2.f D'après la relation de Chasles,

$$D = \overline{AN} = \overline{AO_1} + \overline{O_1 O_2} + \overline{O_2 A'}$$

soit, en explicitant chaque terme,

$$D = d + \frac{-\gamma - 1}{3} d + d$$

que l'on réécrit

$$D = \frac{5 - \gamma}{3} d$$

B.3 Voir annexe.

B.4 Par principe de retour inverse on obtient un grandissement $1/\gamma$ si l'on échange le rôle de l'objet et de l'image. Les distances objet/lentille et lentille/récepteur étant identiques, pour réaliser la conversion A3 vers A4 il suffit d'échanger les deux lentilles.

En pratique on utilise une troisième lentille que l'on vient accoler soit à gauche soit à droite aux autres.

Annexe

