

Partie reconduite du programme précédent

PLAN DU COURS

Initiation à la logique

- Quelques éléments de logique
 - Connecteurs : implication, équivalence, négation, conjonction, disjonction.
 - Quantificateurs : universel $\forall$, existentiel $\exists$, $\exists!$; négation de quantificateurs.
- Raisonnements de base : implication directe, contraposée, par l'absurde, équivalence directe, double-implication.
- Raisonnement par récurrence simple.
- Raisonnement par analyse-synthèse.

Nombres complexes (première partie)

- Fondements : définition, opérations élémentaires.
- Le plan complexe : identification nombres complexes/points, identification nombres complexes/-vecteurs.
- Conjugaison : définition, relations de compatibilité (avec conjugué, somme, produit, quotient), caractérisation des réels et imaginaires purs.
- Module : définition, propriétés élémentaires, relations de compatibilité, inégalité triangulaire.
- Complexes de module 1 : définition de $\mathbb{U}$, notation exponentielle, propriétés élémentaires, formules d'Euler et de Moivre.
- Méthode de la demi-somme des arguments.
- Forme trigonométrique d'un complexe non nul. Propriétés des arguments.
- Résolutions d'équations du second degré : calcul algébrique des racines carrées d'un complexe, équation générale du second degré à coefficients complexes. Relations coefficients-racines, système somme-produit.
- Exponentielle complexe.

Remarque aux colleurs et colleuses. Les applications trigonométriques des complexes (dont le calcul de $\sum \cos(kt)$), les transformations géométriques, les racines n -èmes et les fonctions complexes seront vues ultérieurement. *Merci de bien respecter le programme de colle.*

QUESTIONS DE COURS

Exemple d'analyse-synthèse : Déterminer par analyse-synthèse, les fonctions $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ telles que $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, f(y - f(x)) = 2 - x - y$.

Conjugaison des nombres complexes : Définition, 4 relations de compatibilité (+ 1 démo au choix de l'examineur/trice), expression de $\operatorname{Re} z$ et $\operatorname{Im} z$, caractérisation des éléments de $\mathbb{R}$ et de $i\mathbb{R}$.

Inégalité triangulaire : Énoncé et démonstration de l'inégalité triangulaire. (sans le cas d'égalité)

Racines carrées complexes : Énoncer et démontrer la propriété sur les racines carrées complexes de $a \neq 0$.

Application : racines carrées de $1 + i$ sous forme exponentielle.

Résolution générale de l'équation du second degré : énoncé, démonstration (sans les relations coefficients-racines).

Nouvelle partie

PLAN DU COURS

Manipulations de sommes et produits

- Utilisation des symboles $\sum$ et $\prod$, propriétés, exemples de changement d'indice, télescopage.
- Sommes classiques $\sum_{k=0}^n k, \sum_{k=0}^n k^2, \sum_{k=0}^n k^3$.
- Sommes arithmétique et géométrique
- Factorisation de $a^n - b^n$
- Factorielle et coefficients binomiaux, formule du binôme de Newton.
- Extension aux sommes doubles : cas rectangulaire et triangulaire.

Remarques aux colleurs et colleuses : Factorielle et coefficient binomiaux ont été vus sous un angle purement calculatoire pour l'instant. L'aspect dénombrement sera étudié ultérieurement. Les sommes doubles n'ont pas encore été vues.

QUESTIONS DE COURS

Sommes et produits : Expliquer la notation $\sum_{k=n_0}^n u_k$. Propriétés (relation de Chasles, linéarité, télescopage).

Donner les formules pour $\sum_{k=0}^n k, \sum_{k=0}^n k^2, \sum_{k=0}^n k^3$.

Coefficients binomiaux. Donner la définition de coefficient binomial. Exemples de $\binom{n}{0}, \binom{n}{1}, \binom{n}{2}$. Démontrer la formule de Pascal. Construction du triangle de Pascal à expliquer.

Binôme de Newton et application. Énoncer (sans démonstration) la formule du binôme de Newton.

Calculer $S_n = \sum_{0 \leq 2k \leq n} \binom{n}{2k} = \binom{n}{0} + \binom{n}{2} + \dots$

Sommes doubles triangulaires. Écrire les deux formes possibles pour une somme du type $\sum_{1 \leq j \leq i \leq n} u_{i,j}$.

Exemple de $\sum_{1 \leq i < j \leq n} \frac{i}{j}$.