Partie reconduite du programme précédent

PLAN DU COURS

Fonctions usuelles

- Etude de sh et ch.
- Arcsin, Arccos, Arctan : déf, dérivabilité, étude, graphe.

Remarques aux colleurs et colleuses : La fonctions th et les fonctions hyperboliques réciproques ne sont pas au programme.

Equations différentielles

- Présentation des équations différentielles
  - Equations différentielles linéaires, équation homogène associée, forme résolue (pour l'ordre 1).
  - Stabilité par combinaison linéaire des solutions d'une EDL homogène.
  - Théorème de "structure" des solutions de (E) à partir des solutions de (E_0) et d'UNE solution particulière. Méthode de résolution.
- EDL d'ordre 1
  - Résolution de $y' = \alpha(x)y$.
  - Méthode de variation de la constante.
  - Théorème de Cauchy pour les EDL d'ordre 1.
  - Principe de superposition.

Remarque aux colleuses et colleurs : Les résultats du cours sont énoncés pour des EDL sur un intervalle. Le problème de raccord n'est pas un objectif.

Une grande précision est attendue pour la rédaction : équivalences, quantificateurs notamment.

QUESTIONS DE COURS

Fonctions hyperboliques : Définition de sh et ch, propriétés, étude conjointe des variations et courbes, formule sur $\text{ch}^2(x) - \text{sh}^2(x)$ à démontrer.

Présentation d'une fonction circulaire réciproque : Définition, étude (avec preuve de la dérivabilité et calcul de la dérivée) et graphe d'une des fonctions Arcsin, Arccos ou Arctan (**au choix de l'examinateur/trice**).

EDL d'ordre 1 : Résolution de l'équation $\boldsymbol{y' = \alpha(x)y}$ (énoncé précis et démonstration).

Variation de la constante. : Explication de la méthode de variation de la constante. Application à $y' + 2y = \text{e}^{-2t}$ sur $\mathbb{R}$.

Nouvelle partie

PLAN DU COURS

Equations différentielles

- EDL d'ordre 2
  - Théorème de résolution d'une EDL d'ordre 2 homogène à coefficients constants.
  - Forme d'une solution particulière pour un second membre du type : $Ae^{\lambda x}, A\cos(\omega x)+B\sin(\omega x)$.
  - Problème de Cauchy à l'ordre 2.

Remarque aux colleuses et colleurs : Les résultats du cours sont énoncés pour des EDL sur un intervalle. Le problème de raccord n'est pas un objectif.

Pour les EDL d'ordre 2, le programme se limite aux seconds membres précisés ci-dessus. Pour d'autres situations des indications devront être données.

Une grande précision est attendue pour la rédaction : équivalences, quantificateurs notamment.

Entiers

- Propriétés de $\mathbb{N}$ sur plus petit élément et plus grand élément.
- Retour sur le principe de récurrence : récurrence double, multiple, récurrence forte.
  Rappel des formules classiques : $\sum_{k=0}^{n} k$, $\sum_{k=0}^{n} k^2$, $\sum_{k=0}^{n} k^3$.
  Application à la démonstration de la formule du binôme.

Remarques aux colleurs et colleuses : L'arithmétique n'a pas du tout été abordée pour l'instant.

QUESTIONS DE COURS

EDL d'ordre 2 à coefficients constants : Théorème de résolution de l'équation homogène dans le cas $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ (énoncé seulement).

EDL d'ordre 2 à coefficients constants : Forme d'une solution particulière pour un second membre type $Ae^{\lambda x}$ puis type $A\cos(\omega x) + B\sin(\omega x)$.
Application à $y'' - 2y' + y = e^t$.

Formule du binôme : Énoncé et démonstration.

Récurrence double : Énoncer le principe de récurrence double.
Application : soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $u_0 = 2$, $u_1 = 1$ et la relation de récurrence :

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = u_{n+1} + 2u_n$$

Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 2^n + (-1)^n$.

Récurrence forte : Énoncer le principe de récurrence forte.
Application : on considère la suite u définie par $u_0 = -\dfrac{1}{2}$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = -1 + \prod_{k=0}^{n}(1 + u_k)$.
Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \geqslant -1$.