Partie reconduite du programme précédent

PLAN DU COURS

Nombres réels

- Majorant, minorant d'une partie. Plus grand/petit élément. Borne supérieure/inférieure.
- Caractérisation de la borne supérieure avec des quantificateurs (une par tout autre majorant est plus grand, la deuxième par tout nombre strict inférieur n'est pas majorant) ; caractérisation séquentielle.
- Caractérisation des intervalle de $\mathbb{R}$. Propriété de la borne supérieure dans $\mathbb{R}$.
- Définition de la partie entière (comme maximum), caractérisation.
- Existence de valeur décimale approchée par excès et par défaut. Corollaire : tout réel est limite d'une suite de rationnels.

Remarques aux colleurs et colleuses : La notion générale de densité n'est pas au programme.

Fondements des suites réelles

- Généralités : suites et opérations sur les suites, suites majorées, minorées, bornées ; suites monotones.
- Suite convergente, divergente (première et deuxième espèce), appartenance à partir d'un certain rang à un intervalle contenant strictement la limite, unicité de la limite.
- Caractère borné d'une suite convergente, majoration en val. abs. par une suite de limite nulle, passage à la limite dans une inégalité.
- Opérations sur les limites, produit d'une suite bornée et d'une suite de limite nulle, somme d'une suite de limite $+\infty$ et d'une suite minorée.

Suites réelles : outils essentiels

- Suites arithmético-géométriques et récurrentes linéaires d'ordre 2.
- Relations de comparaison sur les suites réelles à **termes non nuls.**
  - Equivalence, négligeabilité, domination.
  - Propriétés des suites équivalentes (limite, signe)
  - Compatibilité de l'équivalence avec produit et quotient. Equivalent $v_n + \alpha_n \sim v_n$ si $\alpha_n = o(v_n)$.
  - Exemples fondamentaux : croissance comparée, équivalents "classiques".

Remarque aux colleurs et colleuses : Les exercices nécessitant le recours aux "epsilon" doivent être posés avec modération.
Suites extraites et suites adjacentes n'ont pas encore été vues.
Les suites itératives ($u_{n+1} = f(u_n)$) seront étudiées dans un prochain chapitre.

QUESTIONS DE COURS

Borne supérieure d'une partie de $\mathbb{R}$: Définition. Énoncer la caractérisation séquentielle.
Énoncer le théorème de la borne supérieure dans $\mathbb{R}$.

Partie entière : Définition/caractérisation de la partie entière.
Montrer la croissance de la partie entière : $\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2, x \leqslant y \implies \lfloor x \rfloor \leqslant \lfloor y \rfloor$

Limites et somme : définitions de limites finies et infinies avec explication sur des schémas. Limite d'une somme de suites convergentes (à démontrer).

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : Énoncé complet donnant le terme général d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2 (sans démo)

Présentation de l'équivalence des suites : Définition, compatibilité avec produit, quotient et puissance (+démo des deux premiers), propriété de passage à la limite (+démo).

Nouvelle partie

PLAN DU COURS

Suites réelles : outils essentiels

- Théorème de la limite monotone, théorème des gendarmes, suites adjacentes.
- Suites extraites, condition nécessaire de convergence, réciproque partielle (à partir des suites $(u_{2p})_p$ et $(u_{2p+1})_p$).

Remarque aux colleurs et colleuses : Les exercices nécessitant le recours aux "epsilon" doivent être posés avec modération.
Les suites itératives ($u_{n+1} = f(u_n)$) seront étudiées ultérieurement.

Entiers, arithmétique et rationnels

- Propriétés de $\mathbb{N}$ sur plus petit élément et plus grand élément.
- Retour sur le principe de récurrence : récurrence double, multiple, récurrence forte.
  Rappel des formules classiques : $\sum_{k=0}^{n} k$, $\sum_{k=0}^{n} k^2$, $\sum_{k=0}^{n} k^3$.
  Application à la démonstration de la formule du binôme.
- Division euclidienne dans $\mathbb{N}$.
- Divisibilité, réflexivité, transitivité, ptés de compatibilité avec somme, produit ; caractérisation en terme de reste nul.

Remarques aux colleurs et colleuses : Les PGCD et PPCM et nombres premiers n'ont pas encore été vus.
Les congruences ne sont pas au programme.

QUESTIONS DE COURS

Théorème de la limite monotone : Enoncé général pour une suite croissante, démonstration dans le cas croissant majoré.

Suites adjacentes : Enoncer et démontrer le résultat.

Présentation des suites extraites : Définition, exemples.
Condition nécessaire de convergence, application à détailler : la suite $((-1)^n)_n$ n'a pas de limite.
Enoncé de la réciproque partielle.

Formule du binôme : Énoncé et démonstration.

Division euclidienne : Énoncé dans $\mathbb{N}$. Preuve.