

DS0 de Mathématiques - PCSI1

le 9 Septembre 2023 – Durée : 2h

Nom prénom :

- L'usage des calculatrices et des téléphones portables est interdit.
- Le détail des calculs n'est pas demandé.
- Vous pouvez traiter les questions dans l'ordre que vous voulez.
- Toutes vos réponses doivent figurer sur ce document.

1. Simplifier $A = \frac{1 - \frac{1}{3} + \frac{5}{6}}{-1 + \frac{1}{2} - \frac{3}{4}}$ et $B = \frac{3 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}$.

Réponses

(2 points)

$A =$

$B =$

2. Pour $x \in \mathbb{R}$, factoriser les expressions :

Réponses

(3 points)

$$x^2 - 3x + 2 + (x - 2) =$$

$$(4x^2 - 9) + 2(2x + 3) =$$

$$x^3 - x^2 - 4x + 4 =$$

3. Résoudre sur \mathbb{R} les équations : $(E_1) \frac{4x+7}{5} - \frac{x-5}{3} = 2$,
 $(E_2) 2x^4 + x^2 - 3 = 0$ et $(E_3) e^{2x} - (1 + \sqrt{7})e^x + \sqrt{7} = 0$.

Réponses

(3 points)

Les solutions de (E_1) sont :

Les solutions de (E_2) sont :

Les solutions de (E_3) sont :

4. Résoudre dans les réels, les systèmes suivants :

$$\mathcal{S}_1 : \begin{cases} -3x + 2y = 5 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases} \text{ et } \mathcal{S}_2 : \begin{cases} 3\sqrt{2}x + 2y = \sqrt{6} \\ 3x - \sqrt{2}y = \sqrt{3} \end{cases}$$

Réponses (3 points)

\mathcal{S}_1

\mathcal{S}_2

5. Résoudre sur $[0, 2\pi]$ les équations :

$$(E_1) 2 \cos(x - \pi/4) = \sqrt{2} \text{ et } (E_2) \sin(x) \cos(\pi/6) + \sin(\pi/6) \cos(x) = 0.$$

Réponses (2 points)

Les solutions de (E_1) sont :

Les solutions de (E_2) sont :

6. Déterminer les limites suivantes :

Réponses (2 points)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^3 - x^2 + 2x + 1}{18x^2 + x + 2} =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - x^2) \exp(-x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1+x)}{x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1+x)}{x} =$$

7. Déterminer les domaines de dérivation et calculer les dérivées des fonctions : $f_1(x) = \frac{\sin x}{x}$, $f_2(x) = 2x \ln(x^2 - x)$ et $f_3(x) = e^{-x} \cos(x)$.

Réponses (4.5 points)

$$D_1 = \qquad f'_1(x) =$$

$$D_2 = \qquad f'_2(x) =$$

$$D_3 = \qquad f'_3(x) =$$

8. Déterminer une primitive et leurs domaines des fonctions :

$$f_1(x) = \frac{3x}{x^2 - 4} \text{ et } f_2(x) = \cos^3 x \sin x.$$

Réponses		(3 points)
$D_1 =$	$F_1(x) =$	
$D_2 =$	$F_2(x) =$	

9. Calculer l'intégrale suivante par intégration par parties :

$$I_1 = \int_0^\pi x \sin x \, dx \text{ et } I_2 = \int_1^2 (x^2 - x + 1) \ln x \, dx$$

Réponses		(3 points)
$I_1 =$		
$I_2 =$		

10. Résoudre l'équation différentielle $\begin{cases} y' + 2y = 4 \\ y(0) = -1 \end{cases}$.

Réponse	(1.5 point)
$y(x) =$	

11. On s'intéresse au Main de 5 cartes (distinctes) dans un jeu de 32 cartes.

- (a) Déterminer le nombre de mains au total.
- (b) Déterminer le nombre de mains avec exactement 1 carte de Carreau.
- (c) Déterminer le nombre de mains avec exactement 3 Rois.
- (d) Déterminer le nombre de mains avec au moins 1 carte de Pique.

Réponses	(4 point)
(a)	
(b)	
(c)	
(d)	