

Eléments de logique et de calcul

Révision de la semaine 1

Les nombres complexes

Généralités

Addition et produit dans \mathbb{C} , forme algébrique (ou cartésienne), parties réelle et imaginaire.
Conjugaison : compatibilité aux opérations.

Module

Définition via la forme algébrique et expression à l'aide du conjugué.
Compatibilité à la multiplication et passage à la puissance. Inégalité triangulaire.

Cercle trigonométrique \mathbb{U}

Notation $e^{i\theta}$, relations élémentaires de morphisme, inverse et opposé.
Formule d'Euler, formule de Moivre et utilisation pour la linéarisation.

Argument et forme trigonométrique

Notation $Arg(z)$ pour $z \in \mathbb{C}^*$ comme une mesure de l'angle modulo 2π .
Formule de l'argument d'un produit, d'un quotient et du conjugué.
Ecriture trigonométrique (ou polaire ou exponentielle).

Liste de Questions de cours :

1. Enoncer puis démontrer la formule de somme des carrés : $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.
2. Enoncer puis démontrer la formule de factorisation : $a^n - b^n = (a - b) \sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-1-k}$.
3. Enoncer puis démontrer la formule du binôme de Newton : $(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$.
4. Enoncer puis démontrer l'inégalité triangulaire : $||z_1| - |z_2|| \leq |z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$.
5. Enoncer puis démontrer la compatibilité de la conjugaison aux passages à la puissance.
6. Enoncer la formule de trigonométrie : $\sin(p) + \sin(q) = \dots$ puis démontrer la à l'aide des formules d'Euler et de la technique de l'arc moitié.

On demandera également sans démonstration de citer certaines formules de trigonométrie parmi : $\cos(a \pm b)$, $\sin(a \pm b)$, $\cos(a) \cos(b)$, $\sin(a) \cos(b)$, $\sin(a) \sin(b)$, $\cos(p) + \cos(q)$, $\sin(p) + \sin(q)$