Semaine 4 - Du 9 au 13 Octobre 2023

Les nombres complexes

Révision de la semaine 3

Fonctions d'une variable réelle

Formalisme sur les applications

Définition de $\mathcal{F}(E, F)$ l'ensemble des applications de E dans F et du graphe $G \subset E \times F$.
Composition, restriction et prolongement.
Image directe et réciproque d'un ensemble, notée $f^*(B) = \{x \in E \text{ tel que } f(x) \in B\}$.
L'image réciproque conserve les unions et les intersections.

Injection, Surjection et Bijection

La composée de deux injections (resp. surjections, bijections) l'est aussi.
La formule $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$ pour f et g bijective.
Théorème de la bijection continue. (Admis à ce stade)

Fonctions usuelles de classe C^∞

Les polynômes et les fractions rationnelles.
Les fonctions exp, ln, $\log_b$, $x \mapsto b^x$ et $x \mapsto x^\alpha$.
Les fonctions ch, sh et th.
Les fonctions cos, sin, tan et leurs réciproques.

Propriétés des fonctions dérivables

Définition du nombre dérivé comme limite du taux d'accroissement.
Si f est dérivable alors f est continue.
Lien avec la monotonie stricte et large.

Opérations

Dérivée d'une somme, d'une combinaison linéaire et d'un produit.
Dérivée d'une composée, d'un quotient et d'une application réciproque.

Liste de Questions de cours :

a) Calculer la valeur de $\sum_{k=0}^{n} \cos(kx)$ pour $n \in \mathbb{N}$ et $x \in \mathbb{R}$.
b) Résoudre sur $\mathbb{C}$ l'équation $\exp(z) = 3 - i\sqrt{3}$.
c) Résoudre sur $\mathbb{C}$ l'équation $(z + i)^n = (z - i)^n$ pour $n \in \mathbb{N}$.
d) Démontrer que la composée de deux injections (resp. surjections, bijections) est une injection (resp. surjection, bijection).
e) Montrer que la fonction sinus est dérivable sur $\mathbb{R}$ en admettant $\lim_{x \to 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$.
f) Enoncer puis démontrer la formule de la dérivée d'un produit.