

Equations différentielles

Révision de la semaine 7.

Les nombres réels et Suites numériques

Bornes supérieure et inférieure

Définition et exemple. Notation $\sup(A)$ et $\inf(A)$.

Axiome de $\mathbb{R}$: toute partie non vide et majorée admet une borne supérieure.

$\sup(A) \in A \Leftrightarrow A$ admet un maximum.

$M = \sup(A)$ ssi M est un majorant de A et il existe une suite $(a_n) \in A^{\mathbb{N}}$ tel que $a_n \rightarrow M$.

Approximations

Partie entière. Pour tout réel $x \in \mathbb{R}$, $\lfloor x \rfloor \leq x < \lfloor x \rfloor + 1$.

Approximations décimales par défaut ou par excès.

Parties convexes et parties denses de $\mathbb{R}$.

Caractérisation des intervalles comme les convexes de $\mathbb{R}$.

A est dense dans $\mathbb{R}$ ssi pour tout $x \in \mathbb{R}$ il existe une suite $(a_n) \in A^{\mathbb{N}}$ tel que $a_n \rightarrow x$.

$\mathbb{Q}$ est dense dans $\mathbb{R}$.

Exemples de référence

Suites arithmétiques, géométriques et arithmético-géométriques.

Les suites récurrentes linéaires d'ordre 2. Exemple de la suite de Fibonacci.

Détermination de l'expression explicite dans chacun des cas.

Liste de Questions de cours :

- a) Enoncer et démontrer le principe de superposition pour l'ordre 1.
- b) Enoncer et démontrer les solutions homogènes d'une EDL1 à coefficients non constants.
- c) Enoncer et démontrer les solutions homogènes d'une EDL2 à coefficients constants sur $\mathbb{C}$.
- d) Déterminer les bornes supérieure et inférieure de $A = \left\{ \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \text{ pour } p, q \in \mathbb{N}^* \right\}$.
- e) Montrer que si A est un convexe majoré sans maximum et minoré avec minimum alors $A = [\min A, \sup A[$.
- f) Déterminer une expression explicite de la suite de Fibonacci.