Semaine 14 - Du 15 au 19 Janvier 2024

Calcul matriciel

Opérations sur l'ensemble des matrices $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ des matrices
Somme, produit par un scalaire et combinaison linéaire.
Produit matriciel de $\mathcal{M}_{n_1,n_2}(\mathbb{K}) \times \mathcal{M}_{n_2,n_3}(\mathbb{K}) \to \mathcal{M}_{n_1,n_3}(\mathbb{K})$.
Calcul du produit par coefficients, par colonnes ou par lignes.

Propriétés algébriques
Associativités des trois opérations somme, produit avec un scalaire et produit matriciel.
Distributivité de la somme par rapport au produit matriciel.
Mise en évidence des problèmes de non-commutativité du produit matriciel.

Les matrices carrées de $\mathcal{M}_p(\mathbb{K})$
Puissance d'une matrice carrée. Propriétés $A^{a+b} = A^a A^b$ et $A^{ab} = (A^a)^b$.
Formule du binôme pour deux matrices qui commutent.

Transposition (notée A^T)
Définition et stabilité par combinaison linéaire. Transposée du produit.
Pour les matrices carrées : transposée d'une puissance et de l'inverse.
Matrices symétriques et antisymétriques. Stabilité par combinaison linéaire.

Les sous-ensembles particuliers de $\mathcal{M}_p(\mathbb{K})$
Le groupe linéaires $GL_p(\mathbb{K})$ des matrices inversibles. Stabilité par produit.
Les espaces des matrices diagonales et triangulaires. Stabilité par les opérations.

Liste de Questions de cours :

a) Montrer que si f est convexe alors f est continue.
b) On suppose f dérivable. Montrer que f est convexe ssi f' est croissante.
c) Enoncer et démontrer l'associativité et la distributivité du produit matriciel.
d) Démontrer que pour $M \in \mathcal{M}_p(\mathbb{K}), M^{a+b} = M^a M^b$ et $M^{ab} = (M^a)^b$.
e) Enoncer et démontrer la formule du binôme de Newton pour deux matrices qui commutent.
f) Démontrer la stabilité des matrices triangulaires par les opérations.