Semaine 15 - Du 22 au 26 Janvier 2024

Calcul matriciel et Système linéaire

Révision de la semaine 14

Matrices élémentaires et réduction

Matrice de transvections, de permutation (transposition) et de dilatation.
Ecriture matricielle de l'algorithme du pivot de Gauss. Réduction de la forme $A = ER$.
Calcul des inverses des matrices élémentaires.
L'équivalence de matrices par lignes est une relation d'équivalence.

Opérations élémentaires sur les colonnes

Les opérations sur les colonnes de A sont celles sur les lignes de A^T.
Méthode du pivot de Gauss sur les colonnes matricielle et réduction $A = R^T F$.

Matrice carrées inversibles

Caractérisation des matrices triangulaires inversibles.
Condition nécessaire et suffisante pour A inversible : $A \sim_L I_n$; $A \sim_C I_n$;
$AX = 0$ a au plus une solution ; $\forall \mathbf{b}, AX = \mathbf{b}$ a au moins une solution ; $rg(A) = n$.
Méthode d'inversion d'une matrice par matrice augmentée de l'identité.

Liste de Questions de cours :

a) Démontrer que pour $M \in \mathcal{M}_p(\mathbb{K}), M^{a+b} = M^a M^b$ et $M^{ab} = (M^a)^b$.
b) Enoncer et démontrer la formule du binôme de Newton pour deux matrices qui commutent.
c) Démontrer la stabilité des matrices triangulaires par les opérations.
d) Enoncer et démontrer les formules $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ et $(A^n)^{-1} = (A^{-1})^n$.
e) Montrer que T triangulaire est inversible ssi tous les coefficients diagonaux sont non nuls.
f) Montrer que l'équivalence par lignes est une relation d'équivalence.