

Les polynômes

Révisions de la semaine 17

Analyse asymptotique et Développements limités

Relation de comparaison des fonctions

Equivalent, négligeable et dominée au voisinage de $a \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$.

Lien entre les relations. Produits, quotients et puissances.

Si f est dérivable en a et $f'(a) \neq 0$ alors $f(x) - f(a) \sim_{x \rightarrow a} f'(a)(x - a)$.

Comparaison lorsque $x \rightarrow +\infty$ de $\ln^\alpha(x)$, x^β et $e^{\gamma x}$ et croissance comparée.

Définitions d'un développement limité

Développement limité d'une fonction $f : I \rightarrow \mathbb{K}$ à l'ordre n en $a \in I$ sous forme :

$f(x) =_{x \rightarrow a} \sum_{k=0}^n b_k(x - a)^k + o(x - a)^n$ ou $f(a + h) =_{h \rightarrow 0} \sum_{k=0}^n b_k h^k + o(h^n)$.

Unicité, troncature et valuation. Equivalent simple et signe au voisinage du point.

Propriétés des développement limité

Combinaisons linéaires et produit de deux fonctions en un même point.

Composée de deux fonctions(admis). Quotient par la composée.

Primitivation d'un développement limité.

Formule de Taylor-Young.

Développement de référence au voisinage de 0

$x \mapsto \exp(x)$, $x \mapsto \cos(x)$, $x \mapsto \sin(x)$, $x \mapsto \tan(x)$ (ordre 5),

$x \mapsto \frac{1}{1-x}$, $x \mapsto \ln(1+x)$, $x \mapsto (1+x)^\alpha$, $x \mapsto \text{Arctan}(x)$.

Liste de Questions de cours :

- Démontrer la règle de Leibniz $(PQ)' = P'Q + PQ'$ avec la définition formelle.
- Enoncer et démontrer le lien entre l'annulation des dérivées et la multiplicité d'une racine.
- Enoncer et démontrer la formule de Taylor.
- Démontrer la croissance comparée $\ln(x) =_{x \rightarrow +\infty} o(x^\beta)$ si $\beta > 0$.
- Démontrer l'unicité du développement limité.
- Enoncer et démontrer le résultat sur le produit des développements limités.