

Analyse asymptotique et Développements limités

Révisions de la semaine 18

Développement de référence au voisinage de 0

$x \mapsto \exp(x)$, $x \mapsto \cos(x)$, $x \mapsto \sin(x)$, $x \mapsto \tan(x)$ (ordre 5),
 $x \mapsto \frac{1}{1-x}$, $x \mapsto \ln(1+x)$, $x \mapsto (1+x)^\alpha$, $x \mapsto \operatorname{Arctan}(x)$.

Les espaces vectoriels

Définition de la structure et exemple

Ensemble non vide muni d'une addition interne et d'un produit par les scalaires.

Espace vectoriel issue de la géométrie : $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$ sur $\mathbb{R}$, $\mathbb{K}^n$ sur $\mathbb{K}$.

Espace vectoriel issue de l'analyse : $\mathbb{K}^{\mathbb{N}}$ et $\mathcal{F}(I, \mathbb{K})$ sur $\mathbb{K}$ pour I un ensemble.

Espace vectoriel issue de l'algèbre : $\mathbb{K}[X]$ et $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ sur $\mathbb{K}$, $\mathbb{C}$ sur $\mathbb{R}$.

Sous-espaces vectoriels

Définition et équivalence comme sous-ensemble non vide stable par combinaisons linéaires.

Sous-espace $\operatorname{Vect}_{\mathbb{K}}(v_1, \dots, v_n)$ engendré par n vecteurs d'un espace vectoriel.

Liste de Questions de cours :

- a) Démontrer la croissance comparée $\ln(x) =_{x \rightarrow +\infty} o(x^\beta)$ si $\beta > 0$.
- b) Démontrer l'unicité du développement limité.
- c) Énoncer et démontrer le résultat sur le produit des développements limités.
- d) Énoncer et démontrer la formule de Taylor-Young.
- e) Calculer $\ln^{(k)}(2)$ pour tout $k \in \mathbb{N}$ à l'aide de la formule de Taylor-Young.
- f) Montrer que les solutions de $y'' - 3y' + 2y = 0$ forme un $\mathbb{R}$ -ev. (2 méthodes)