

Espace préhilbertien réel

Révision de la semaine 29

Intégration

Construction de l'intégrale de Riemann

Subdivision. Fonction en escalier. Définition de $\int_a^b f$ pour f continue sur $[a, b]$.

Linéarité. Relation de Chasles. Stricte positivité. Inégalité triangulaire.

Théorème fondamentale l'analyse différentielle.

Lien avec le calcul de somme

Somme de Riemann.

Inégalité de Taylor-Lagrange.

Liste de Questions de cours :

- a) Démontrer l'inégalité de Cauchy-Schwartz.
- b) Montrer que $\langle A|B \rangle = \text{Tr}(A^T B)$ est un produit scalaire sur $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$.
- c) Montrer que $\langle P|Q \rangle = \int_a^b P(t)Q(t) dt$ est un produit scalaire sur $\mathbb{R}_n[X]$.
- d) Énoncer et démontrer l'inégalité triangulaire sur les intégrales à valeurs complexes.
- e) Énoncer et démontrer la stricte positivité de l'intégrale.