

Semaine 2 - Du 23 au 27 Septembre 2024

Éléments de logique et de calcul

Révision de la semaine 1

Les nombres complexes

Généralités

Addition et produit dans \mathbb{C} , forme algébrique (ou cartésienne), parties réelle et imaginaire.

Conjugaison : compatibilité aux opérations.

$z \in \mathbb{R} \Leftrightarrow z = \bar{z}$.

Module

Définition via la forme algébrique et expression à l'aide du conjugué.

Compatibilité à la multiplication et passage à la puissance. Inégalité triangulaire.

Cercle trigonométrique \mathbb{U}

Notation $e^{i\theta}$, relations élémentaires de morphisme, inverse et opposé.

Formule d'Euler, formule de Moivre et utilisation pour la linéarisation.

Valeurs de référence de $e^{i\theta}$ pour $\theta \in \{0, \pi/6, \pi/4, \pi/3, \pi/2\}$ et symétrie.

Argument et forme trigonométrique

Notation $Arg(z)$ pour $z \in \mathbb{C}^*$ comme une mesure de l'angle modulo 2π .

Signification de $\theta = \varphi \pmod{2\pi}$.

Formule de l'argument d'un produit, d'un quotient et du conjugué.

Écriture trigonométrique (ou polaire ou exponentielle).

Application à : $a \cos(t) + b \sin(t) = A \cos(t - \varphi)$.

Représentation géométrique

Affixe d'un point ou d'un vecteur.

Formule de l'angle : $(\vec{AB}, \vec{AC}) = Arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right)$

Savoir exprimer les transformations usuelles du plan (translation, rotation, homothétie) en termes d'affixes

Liste de Questions de cours :

1. Énoncer puis démontrer la formule de somme des carrés : $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.
2. Énoncer puis démontrer la formule de factorisation : $a^n - b^n = (a - b) \sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-1-k}$.
3. Énoncer puis démontrer la formule du binôme de Newton : $(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$.
4. Énoncer puis démontrer l'inégalité triangulaire : $||z_1| - |z_2|| \leq |z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$.
5. Énoncer puis démontrer la compatibilité de la conjugaison aux passages à la puissance.
On demandera également sans démonstration de citer certaines formules de trigonométrie parmi : $\cos(a \pm b)$, $\sin(a \pm b)$, $\cos(a) \cos(b)$, $\sin(a) \cos(b)$, $\sin(a) \sin(b)$, $\cos(p) + \cos(q)$, $\sin(p) + \sin(q)$