

DL1 : Fonction de la variable réelle

Exercice 1 : On considère l'application $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto z^3$.

- Montrer que f est surjective mais pas injective.
- Montrer que $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$ et $f(\mathbb{U}) = \mathbb{U}$.
- Montrer que $f^*(\mathbb{R}) = \mathbb{R} \cup j\mathbb{R} \cup j^2\mathbb{R}$.
- On note $A = \{z \in \mathbb{C}^* \text{ tel que } \text{Arg}(z) \in [0, \frac{2\pi}{3}[+ 2\pi\mathbb{Z}\}$.
Montrer que la restriction $g = f|_A^{\mathbb{C}^*} : A \rightarrow \mathbb{C}^*$ est une bijection.

Exercice 2 : Déterminer les domaines de dérivabilité puis calculer les dérivées des fonctions :

- $a(x) = \sqrt{\text{ch}(x) - 1}$.
- $b(x) = \ln\left(\frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 - 1}\right)$.
- $c(x) = \text{Arccos}\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$.