

## Fonctions d'une variable réelles

Révision de la semaine 4

### Fonctions de classe $C^n$ pour $n \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}$

Stabilité des classes par les opérations.

Formule de Leibniz.

Caractère  $C^n$  de la bijection réciproque sous condition sur la dérivée première.

### Fonctions usuelles de classe $C^\infty$

Les polynômes et les fractions rationnelles.

Les fonctions  $\exp$ ,  $\ln$ ,  $\log_b$ ,  $x \mapsto b^x$  et  $x \mapsto x^\alpha$ .

Les fonctions  $\operatorname{ch}$ ,  $\operatorname{sh}$  et  $\operatorname{th}$ .

Les fonctions  $\cos$ ,  $\sin$ ,  $\tan$  et leurs réciproques.

---

## Liste de Questions de cours :

- a) Démontrer que la composée de deux injections (resp. surjections, bijections) est une injection (resp. surjection, bijection).
- b) Montrer que la fonction sinus est dérivable sur  $\mathbb{R}$  en admettant  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$ .
- c) Énoncer puis démontrer la formule de la dérivée d'un produit.
- d) En tant que bijection réciproque, démontrer que la fonction Arcsin est de classe  $C^\infty$  sur  $] -1, 1[$  et calculer sa dérivée première.
- e) Montrer que  $\operatorname{th}$  réalise une bijection de  $\mathbb{R}$  vers  $] -1, 1[$ . En calculant sa dérivée, montrer que  $\operatorname{th}^{-1}(y) = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1+y}{1-y} \right)$ .
- f) Énoncer puis démontrer la Formule de Leibniz.