

Fonctions d'une variable réelles

Révision de la semaine 5

Calcul de primitives et Equations différentielles

Les fonctions sont à valeurs dans $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou \mathbb{C} .

Primitives de référence

Primitives des fractions rationnelles

Primitive de $x \mapsto \frac{1}{(x-\alpha)^2 + \beta^2}$ et $x \mapsto \frac{x-\alpha}{(x-\alpha)^2 + \beta^2}$

Existence de primitives

Intégrale de Riemann sur un segment $[a, b]$ sans construction à ce stade.

Relation de Chasles et linéarité de l'intégrale.

Théorème fondamental, existence d'une primitive d'une fonction continue sur un intervalle.

Techniques de calcul intégral

Intégration par parties.

Changement de variables.

Equations différentielles linéaires d'ordre 1

Solution de l'équation homogène associée sur un intervalle.

Les solutions générales sont somme d'une solution particulière et des solutions homogènes.

Principe de superposition lorsque le second membre est une combinaison linéaire.

Classe de régularité des solutions en fonction de celles des paramètres.

Recherche d'une solution particulière de $y'(t) = a(t)y(t) + b(t)$

Solution de la forme $y(t) = Q(t)e^{\beta t}$ lorsque a est constant et $b(t) = P(t)e^{\beta t}$. (admis)

Méthode de Lagrange de la variation de la constante.

Problème de Cauchy : il existe une unique solution soumise à une condition initiale.

Liste de Questions de cours :

- En tant que bijection réciproque, démontrer que la fonction Arcsin est de classe C^∞ sur $] -1, 1[$ et calculer sa dérivée première.
- Montrer que th réalise une bijection de \mathbb{R} vers $] -1, 1[$. En calculant sa dérivée, montrer que $\text{th}^{-1}(y) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+y}{1-y} \right)$.
- Enoncer puis démontrer la Formule de Leibniz.
- Enoncer et démontrer la formule d'intégration par parties puis calculer $\int_0^x \text{Arctan}(t) dt$.
- Enoncer et démontrer la formule de changement de variables puis calculer $\int_0^x \frac{1}{1+e^t} dt$.
- Enoncer et démontrer les solutions homogènes d'une EDL1 à coefficients non constants.