Semaine 8 - Du 18 au 22 Novembre 2024

Equations différentielles

Révision de la semaine 7.

Les nombres réels et Suites numériques

Bornes supérieure et inférieure

Définition et exemple. Notation $\sup(A)$ et $\inf(A)$.
Axiome de $\mathbb{R}$: toute partie non vide et majorée admet une borne supérieure.
$\sup(A) \in A \Leftrightarrow A$ admet un maximum.
$M = \sup(A)$ ssi M est un majorant de A et il existe une suite $(a_n) \in A^{\mathbb{N}}$ tel que $a_n \to M$.

Approximations

Partie entière. Pour tout réel $x \in \mathbb{R}$, $\lfloor x \rfloor \leq x < \lfloor x \rfloor + 1$.
Approximations décimales par défaut ou par excès.

Parties convexes et parties denses de $\mathbb{R}$.

Caractérisation des intervalles comme les convexes de $\mathbb{R}$.
A est dense dans $\mathbb{R}$ ssi pour tout $x \in \mathbb{R}$ il existe une suite $(a_n) \in A^{\mathbb{N}}$ tel que $a_n \to x$.
$\mathbb{Q}$ est dense dans $\mathbb{R}$.

Exemples de référence

Suites arithmétiques, géométriques et arithmético-géométriques.
Les suites récurrentes linéaires d'ordre 2. Exemple de la suite de Fibonacci.
Détermination de l'expression explicite dans chacun des cas.

Liste de Questions de cours :

a) Enoncer et démontrer le principe de superposition pour l'ordre 1.
b) Enoncer et démontrer les solutions homogènes d'une EDL1 à coefficients non constants.
c) Enoncer et démontrer les solutions homogènes d'une EDL2 à coefficients constants sur $\mathbb{C}$.
d) Déterminer les bornes supérieure et inférieure de $A = \left\{ \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \text{ pour } p, q \in \mathbb{N}^* \right\}$.
e) Montrer que si A est un convexe majoré sans maximum et minoré avec minimum alors $A = [\min A, \sup A[$.
f) Déterminer une expression explicite de la suite de Fibonacci.