

## DL2 : Suite numérique

**Exercice 1 :** Soient deux suites réelles définies pour  $n \in \mathbb{N}^*$  par :

$$u_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!} \text{ et } v_n = u_n + \frac{1}{n!n}.$$

1. Montrer que la suite  $(u_n)$  est strictement monotone.
2. Montrer que la suite  $(v_n)$  est strictement monotone à partir d'un certain rang.
3. Montrer que les suites convergent vers une même limite  $e$ .
4. En déduire un encadrement de  $n!e$  et montrer que  $e$  est irrationnel.

**Exercice 2 :** On recherche à étudier les suites définies par

$$\begin{cases} u_{n+1} &= 3u_n + 2v_n + 1 \\ v_{n+1} &= 2u_n + 3v_n + 5 \end{cases}$$

à l'aide de deux méthodes indépendantes.

1. En posant  $a_n = u_n + v_n$  et  $b_n = u_n - v_n$ .
2. En montrant que  $u_{n+2} = 6u_{n+1} - 5u_n + 8$  est une SRL2 avec second membre.