Semaine 10 - Du 2 au 6 Décembre 2024

Les suites numériques

Révision de la semaine 9

Application
Méthode d'étude des suites autonomes $u_{n+1} = f(u_n)$.

Extension aux suites complexes
Définition grâce aux modules.
Equivalence de la convergence avec celles des parties réelle et imaginaire.
Unicité de la limite et règle sur les opérations.

Limites et continuité des fonctions d'une variable réelle

Limite d'une fonction en un point $a \in \mathbb{R} \cup \{+\infty, -\infty\}$
Notion de voisinage de $a \in \mathbb{R}$ de la forme $]a - \eta, a + \eta[$ pour $\eta > 0$
et voisinage de $+\infty$ de la forme $]M, +\infty[$ et $-\infty$ de la forme $]-\infty, m[$.
f admet une limite finie implique bornée sur un voisinage.
f admet une limite infinie implique non bornée sur tout voisinage.
Définition et unicité de la limite.

Opérations sur les limites
Sommes, produits, combinaisons linéaires et quotients de limites.
Composition des limites de deux fonctions.
Caractérisation séquentielle de la limite avec l'étude de $f(u_n)$ lorsque $u_n \to a$.

Théorème d'encadrement
Existence d'une limite finie par un encadrement double sur un voisinage.
Existence d'une limite infinie par minoration ou majoration sur un voisinage.

Liste de Questions de cours :

a) Démontrer l'unicité de la limite d'une suite.
b) Démontrer limite d'une combinaison linéaire de deux suites (cas limites finies).
c) Enoncer puis démontrer le théorème de limite monotone pour les suites.
d) Etudier la suite définie par $u_{n+1} = \sin(u_n)$ et $u_0 = 1$.
e) Enoncer et démontrer le résultat de composée des limites.
f) Enoncer puis démontrer le théorème d'encadrement pour les fonctions.