

Limites et continuité des fonctions d'une variable réelle

Révisions de la semaine 11

Dérivabilité des fonctions de la variable réelle

Nombres dérivés

Définition du nombre dérivé comme limite du taux d'accroissement.

Développement limité d'ordre 1 en un point et équation de la tangente.

Programmation de la méthode d'Euler pour la résolution numérique d'équation différentielle.

Semi-dérivabilité

Extremum locaux

Si f atteint un extremum local en c alors c est un point critique.

Théorème de Rolle.

Accroissements finis

Théorème des accroissement finis.

Inégalités des accroissement finis.

Lien avec la monotonie stricte et large.

Prolongement de la dérivabilité en un point.

Fonctions lipschitziennes

Si f est lipschitzienne alors f est continue.

Si f est dérivable et f' bornée alors f est lipschitzienne.

Fonctions convexes

Inégalité des trois pentes.

Position relative des tangentes et des cordes.

Lien avec la dérivée seconde dans le cas des fonctions de classe C^2 .

Liste de Questions de cours :

- a) Trouver les fonctions f continue en 0 telles que $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = f(2x)$.
- b) Énoncer puis démontrer le Théorème des Valeurs Intermédiaires sur un segment $[a, b]$.
- c) Équivalence de l'existence de la limite de $f : I \rightarrow \mathbb{C}$ et de celles des limites de $\operatorname{Re} f$ et $\operatorname{Im} f$.
- d) Énoncer puis démontrer le Théorème de Rolle (sans utiliser le TAF).
- e) Énoncer puis démontrer le Théorème des accroissements finis.
- f) Énoncer et démontrer le résultat de prolongement de la dérivabilité.