

## Les polynômes

Révisions de la semaine 17

---

## Analyse asymptotique et Développements limités

### Relation de comparaison des fonctions

Equivalent, négligeable et dominée au voisinage de  $a \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$ .

Lien entre les relations. Produits, quotients et puissances.

Comparaison lorsque  $x \rightarrow +\infty$  de  $\ln^\alpha(x)$ ,  $x^\beta$  et  $e^{\gamma x}$  et croissance comparée.

### Définitions d'un développement limité

Développement limité d'une fonction  $f : I \rightarrow \mathbb{K}$  à l'ordre  $n$  en  $a \in I$  sous forme :

$f(x) =_{x \rightarrow a} \sum_{k=0}^n b_k(x-a)^k + o(x-a)^n$  ou  $f(a+h) =_{h \rightarrow 0} \sum_{k=0}^n b_k h^k + o(h^n)$ .

Unicité, troncature et valuation. Equivalent simple et signe au voisinage du point.

### Propriétés des développement limité

Combinaisons linéaires et produit de deux fonctions en un même point.

Composée de deux fonctions(admis). Quotient par la composée.

Primitivation d'un développement limité.

Formule de Taylor-Young.

### Développement de référence au voisinage de 0

$x \mapsto \exp(x)$ ,  $x \mapsto \cos(x)$ ,  $x \mapsto \sin(x)$ ,  $x \mapsto \tan(x)$  (ordre 5),

$x \mapsto \frac{1}{1-x}$ ,  $x \mapsto \ln(1+x)$ ,  $x \mapsto (1+x)^\alpha$ ,  $x \mapsto \text{Arctan}(x)$ .

---

## Liste de Questions de cours :

- Démontrer la règle de Leibniz  $(PQ)' = P'Q + PQ'$  avec la définition formelle.
- Enoncer et démontrer le lien entre l'annulation des dérivées et la multiplicité d'une racine.
- Enoncer et démontrer la formule de Taylor.
- Démontrer la croissance comparée  $\ln(x) =_{x \rightarrow +\infty} o(x^\beta)$  si  $\beta > 0$ .
- Démontrer l'unicité du développement limité.
- Enoncer et démontrer le résultat sur le produit des développements limités.