

DM9 : Probabilité
à rendre le Lundi 28 Avril 2025.

Exercice 1 : Soit $n \geq 2$. On considère n urnes numérotés U_1, \dots, U_n . Dans l'urne U_k , il y a k boules vertes et $n - k$ boules rouges.

1. On choisit une urne puis on en extrait une boule.
Déterminer la probabilité d'obtenir une boule verte.
2. On choisit une urne puis on en extrait deux boules sans remises.
Déterminer la probabilité d'obtenir deux boules vertes.
3. On choisit une urne puis on en extrait deux boules avec remise.
Déterminer la probabilité d'obtenir deux boules vertes.
4. On choisit une urne puis on en extrait deux boules avec remises.
Déterminer la probabilité que le tirage proviennent de l'urne U_k sachant que l'on a obtenu deux boules vertes.

Exercice 2 : On dispose de deux urnes U_1 et U_2 . L'urne U_1 contient deux boules blanches et trois boules noires. L'urne U_2 contient quatre boules blanches et trois boules noires.

On effectue des tirages successifs avec remise dans les urnes avec la règle suivantes :

- la 1er urne est choisie au hasard.
- Si on tire une blanche le prochain tirage est dans U_1 .
- Si on tire une noire le prochain tirage est dans U_2 .

On note B_n la n -ième boule tirée est blanche.

1. Calculer $\mathbb{P}(B_1)$ et $\mathbb{P}(B_2)$.
2. Montrer que $\mathbb{P}(B_{n+1}) = \frac{6}{35}\mathbb{P}(B_n) + \frac{4}{7}$.
3. En déduire une expression explicite de $\mathbb{P}(B_n)$.
4. Que se passe-t-il au delà d'un très grande nombre de tirages ?