

DM1 : Les nombres complexes  
à rendre le jeudi 2 octobre 2025.

**Exercice 1 :** Résoudre les équations suivantes sur  $\mathbb{C}$  :

- a)  $2z^2 + (i - 3)z + (3i - 1) = 0$ .
- b)  $z^2 + 3z + 3 = i$ .
- c)  $z^5 - 5z^4 + 10z^3 - 10z^2 + 5z - 1 = -4 - 4i$ .
- d)  $(1 + iz)^4(1 - i) = (1 - iz)^4(1 + i)$ .

**Exercice 2 :** Soit  $n \in \mathbb{N}$  et  $x \in \mathbb{R}$ .

On propose de calculer les sommes  $A_n = \sum_{k=0}^n \cos^2(kx)$  et  $B_n = \sum_{k=1}^n \sin^2(kx)$ .

- a) Calculer  $A_n + B_n$
- b) Montrer que  $A_n - B_n = \sum_{k=0}^n \cos(2kx)$ .
- c) Montrer que  $2 \sin x \sum_{k=0}^n \cos(2kx) = \sin[(2n + 1)x] + \sin[x]$ .
- d) En déduire les valeurs simplifiées de  $A_n$  et  $B_n$  lorsque  $x \neq 0[\pi]$ .
- e) Calculer  $A_n$  et  $B_n$  lorsque  $x \equiv 0[\pi]$ .