

DS0 de Mathématiques - PCSI1

le 13 Septembre 2025 – Durée : 1h30

Nom prénom :

- L'usage des calculatrices et des téléphones portables est interdit.
- Le détail des calculs n'est pas demandé.
- Vous pouvez traiter les questions dans l'ordre que vous voulez.
- Toutes vos réponses doivent figurer sur ce document.

1. Simplifier $A = \left(\frac{4}{9} - \frac{2}{3}\right) \left(2 - \frac{4}{3}\right) - \left(\frac{3}{5} - \frac{7}{15}\right) \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{2}\right)$ et $B = \frac{2\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$.

Réponses

(2 points)

$A =$

$B =$

2. Pour $x \in \mathbb{R}$, factoriser les expressions :

Réponses

(3 points)

$$x^2 - 3x + 2 - 2(x - 1) =$$

$$(9x^2 - 4) + 3(3x + 2) =$$

$$2x^3 + x^2 - 5x + 2 =$$

3. Résoudre sur \mathbb{R} les équations : $(E_1) e^{2x} - e^x - 6 = 0$,
 $(E_2) 2x - 5\sqrt{x} + 3 = 0$ et $(E_3) \frac{x}{1-x} + \frac{1-x}{x} = 2$.

Réponses

(3 points)

Les solutions de (E_1) sont :

Les solutions de (E_2) sont :

Les solutions de (E_3) sont :

4. Résoudre dans les réels, les systèmes suivants :

$$\mathcal{S}_1 : \begin{cases} -3x + 2y = 5 \\ 2x + 5y = 0 \end{cases} \text{ et } \mathcal{S}_2 : \begin{cases} \sqrt{2}x - 3y = 2\sqrt{6} \\ 2x + 3\sqrt{2}y = 4\sqrt{3} \end{cases}$$

Réponses	(3 points)
\mathcal{S}_1	
\mathcal{S}_2	

5. Résoudre sur $[0, 2\pi]$ les équations :

$$(E_1) 2 \cos(x + \pi/6) = \sqrt{3} \text{ et } (E_2) \sin(x) \cos(\pi/3) - \sin(\pi/3) \cos(x) = 0.$$

Réponses	(2 points)
Les solutions de (E_1) sont :	
Les solutions de (E_2) sont :	

6. Déterminer les limites suivantes :

Réponses	(2 points)
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^3 + x^2 - x + 1}{x^2 - 42x + 2} =$	
$\lim_{x \rightarrow 0^+} (x^3 - x^2) \ln x =$	
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} =$	
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x} =$	

7. Déterminer les domaines de dérivation et calculer les dérivées des fonctions : $f_1(x) = (x - 2)\sqrt{x + 1}$, $f_2(x) = \ln(\sqrt{x^2 - 4})$ et $f_3(x) = x \ln(x^2 - x + 1)$.

Réponses	(4.5 points)
$D_1 =$	$f'_1(x) =$
$D_2 =$	$f'_2(x) =$
$D_3 =$	$f'_3(x) =$

8. Déterminer une primitive et leurs domaines des fonctions :

$$f_1(x) = e^{2x} + x^2 - x + \frac{1}{x} \text{ et } f_2(x) = \frac{3x^2 - 2x + 1}{x^3}.$$

Réponses		(3 points)
$D_1 =$	$F_1(x) =$	
$D_2 =$	$F_2(x) =$	

9. Calculer les intégrales $I_1 = \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \cos(2x)dx$ et $I_2 = \int_0^1 \frac{e^x}{1+2e^x} dx$.

Réponses		(3 points)
$I_1 =$		
$I_2 =$		

10. Résoudre l'équation différentielle $\begin{cases} y' + 4y = 8 \\ y(0) = -1 \end{cases}$.

Réponse		(1.5 point)
$y(x) =$		

11. On s'intéresse au code d'accès composée de lettres (26 différentes) et de chiffres (10 différents).

- (a) Déterminer le nombre de codes avec 4 caractères (par exemple 'a52b').
- (b) Déterminer le nombre de codes qui commencent par 6 lettres puis 2 chiffres (par exemple 'abzyab12').
- (c) Déterminer le nombre de codes avec 6 lettres différentes et sans chiffre (par exemple 'abdtzy').

Réponses		(3 point)
(a)		
(b)		
(c)		