

DM2 : Fonction de la variable réelle
à rendre le lundi 3 novembre 2025.

Exercice 1 : On considère l'application $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{3}{x^2+x+1}$.

- a) Calculer $f(\mathbb{R})$. L'application est-elle surjective ?
- b) Déterminer $f^*\{1\}$ et $f^*([1, 3])$. L'application est-elle injective ?
- c) Montrer que la restriction $g : \mathbb{R}_+^* \rightarrow]0, 3[, x \mapsto f(x)$ est bijective. Calculer $g^{-1}(y)$.

Exercice 2 : Déterminer les domaines de dérivabilité puis calculer les dérivées des fonctions :

- a) $a(x) = \sqrt{\operatorname{sh}(x^2) - 1}$.
- b) $b(x) = \ln\left(\frac{x^2-2x+3}{x^2-1}\right)$.
- c) $c(x) = \operatorname{Arccos}\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$.