# Semaine 17 - Du 2 au 6 Février 2026

## Dénombrement

**Révision de la semaine 16**

**Combinaisons et Arrangements**
Nombres de $p$-listes d'éléments distincts parmi $n$ éléments.
Nombres de parties de $p$ éléments parmi $n$ éléments.
Triangle de Pascal et formule du binôme.

---

## Probabilités finies

**Espaces probabilisés finies**
Vocabulaire spécifique à la théorie des probabilités et lien avec la théorie des ensembles.
Loi de probabilité comme application unitaire et additive. Propriétés élémentaires.
Caractérisation d'une loi par les probabilités des évènements élémentaires.

**Probabilités conditionnelles**
Définition de la loi de probabilité $\mathbb{P}_B(A) = \mathbb{P}(A|B)$.
Formule des probabilités composées.
Formule des probabilités totales.
Formule de Bayes.

---

## Liste de Questions de cours :

**a)** Démontrer que $\text{Card}\,(A \uplus B) = \text{Card}\,(A) + \text{Card}\,(B)$ pour $A$ et $B$ disjoints.
**b)** Démontrer que $\text{Card}\,(A \times B) = \text{Card}\,(A)\text{Card}\,(B)$.
**c)** Démontrer la caractérisation des bijections :
$f : A \to B$ bijective ssi deux des trois $f$ injective, $f$ surjective, $\text{Card}\,A = \text{Card}\,B$.
**d)** Démontrer avec le dénombrement que $\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}$ et $\binom{n}{p} + \binom{n+1}{p} = \binom{n+1}{p+1}$.
**e)** Enoncer et démontrer la formule des probabilités composées pour $n$ évènements.
**f)** Enoncer et démontrer la formule des probabilités totales.

**Exercices d'Application du Cours**

1. André participe à une course avec 8 autres coureurs. Les trois premiers reçoivent une récompense.
   (a) Combien y a-t-il de podium possible ?
   (b) Quelle est la probabilité que André arrive premier ?
   (c) Quelle est la probabilité que André soit sur le podium ?
   (d) Il est venu avec son frère. Quelle est la probabilité qu'il reçoivent tous les deux une récompense ?
   (e) Quelle est la probabilité qu'il arrive devant son frère sachant qu'ils sont tous les deux sur le podium ?
2. On pose $\Omega = [\![1, n]\!]^2$. On note $A = \{(i, 1) \text{ pour } 1 \leq i \leq n\}$ et $B = \{(n, j) \text{ pour } 1 \leq j \leq n\}$.
   (a) Déterminer une loi telle que $\mathbb{P}\{(i, j)\} = \alpha ij$ avec $\alpha$ à déterminer.
   (b) Calculer la probabilité de $A$ et de $B$.
   (c) Les évènements sont-ils indépendants ?

---

**Devoir étoilé (libre)**

1. Un jardinier mélange 4 oignons de tulipes rouges avec 4 oignons de tulipes jaunes. Il réalise une bordure en plantant en ligne au hasard les 8 oignons. Calculer la probabilité des événements suivants :
   (a) Les 4 tulipes rouges sont les unes à coté des autres.
   (b) Les tulipes rouges et jaunes sont alternées sur la bordure.
   (c) Les 3 tulipes situées à droites de la bordures sont rouges.
2. On propose une interrogation à des élèves avec trois définitions indépendantes. On sait que si l'élève a travaillé, il a 9 chances sur 10 de répondre correctement à chaque question. Dans le cas contraire, il y a 3 chances sur 10. On note $p \in [0, 1]$ la proportion d'élèves ayant préparé l'interrogation.
   (a) Quelle est la probabilité d'avoir au moins 2 points sachant que l'on a travaillé ?
   (b) Quelle est la probabilité d'avoir au moins 2 points sachant le contraire ?
   (c) Sur 45 élèves, 30 ont eu au moins 2 points. Quelle est la valeur de $p$ ?
   (d) Quelle est la probabilité qu'un élève ait travaillé, si il y a eu au moins 2 points ?

---

**Consignes** :

— TD de Lundi : Préparer les exercices 1,2,4 et 5 du TD11.
— Pour les groupes qui n'ont pas de colle de Math cette semaine : Rédiger une des nouvelles questions de cours et un des exercices d'application du cours pour Mardi.
— Devoir libre pour Mardi.