

Variables aléatoires

Révision de la semaine 19

Les polynômes

Structure abstraite de $\mathbb{K}[X]$

Construction comme suite d'éléments de $\mathbb{K}$ qui stationne en 0.

Définitions et propriétés de la somme, du produit et du produit par un scalaire.

Coefficient dominant, polynôme unitaire, degré et espace $\mathbb{K}_n[X]$.

Degré d'une somme, d'un produit, d'une puissance et d'une composée.

Arithmétique dans $\mathbb{K}[X]$

Existence et unicité de la division euclidienne.

Diviseurs et multiples dans $\mathbb{K}[X]$. Polynômes irréductibles sur $\mathbb{K}$.

Racines d'un polynôme

Lien avec la divisibilité. Multiplicité d'une racine.

Multiplicité d'une somme et d'un produit.

Lien entre somme des multiplicités et degré. Polynôme scindé.

Liste de Questions de cours :

- a) Définir $X \sim \mathcal{B}(n, p)$ puis calculer $\mathbb{E}(X)$ et $\mathbb{V}(X)$.
- b) Définir $X \sim \mathcal{U}(\llbracket 1, n \rrbracket)$ puis calculer $\mathbb{E}(X)$ et $\mathbb{V}(X)$.
- c) Montrer que si $X_k \sim \mathcal{B}(p)$ sont mutuellement indépendantes alors $S_n = \sum_{k=1}^n X_k \sim \mathcal{B}(n, p)$.
- d) Montrer que si $S_n \sim \mathcal{B}(n, p)$ et $\varepsilon > 0$ alors $\mathbb{P}(|\frac{S_n}{n} - p| \geq \varepsilon) \rightarrow_{n \rightarrow +\infty} 0$.
- e) Démontrer que $\deg(P \times Q) = \deg P + \deg Q$.
- f) En développant de deux manières $(X + 1)^{m_1 + m_2}$, démontrer la formule de Vandermonde.