

# Programme de colles, semaines 3 et 4.

## Chapitre 4 : Nombres complexes - Inégalités triangulaires

- Cas d'égalité dans l'inégalité triangulaire.
- formules d'Euler
- formule de Moivre
- Résolution de  $e^z = 1$ .
- Calcul de  $C = \sum_{k=0}^n \cos(k\theta)$
- Calcul de  $C = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cos(k\theta)$
- Linéariser  $\cos^5(t)$
- Transformation  $a \cos(t) + b \sin(t)$ , à démontrer (une des deux méthodes, au choix).
- résolution des équations  $e^z = a$
- racines carrées de  $\omega = 3 + 4i$
- Equations du second degré à coefficients complexes, énoncé complet avec la factorisation du trinôme et les relations coefficients-racines
- Trouver les racines de l'équation  $z^2 + 2z - i = 0$ .
- Résolution de  $z^n = 1$  (énoncé du résultat théorème 45 et démonstration)
- Somme des racines  $n$ -ièmes de l'unité.
- Calculer le produit des racines  $n$ -ièmes de l'unité (exercice 50)
- Résoudre l'équation  $z^6 = 8i$ .
- Soit  $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ . Résoudre l'équation:  $(z + i)^n - (z - i)^n = 0$
- conditions d'alignement et d'orthogonalité : énoncés.
- Déterminer les points  $M(z)$  du plan complexe tels que les points  $A(i), M(z), N(iz)$  soient alignés.
- Exercice : Soit  $A, B, C$  trois points d'affixes respectives  $a, b, c$ . Déterminer les racines de l'équation:  $z^2 - z + 1 = 0$  ( $z \in \mathbb{C}$ ) sous forme trigonométrique. En déduire que le triangle  $ABC$  est équilatéral si et seulement si  $a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc$
- Déterminer le module et un argument de  $z = (1 + j)^{2n}$  où  $j = e^{2i\pi/3}$