Programme de colles, semaines 11 et 12

Chapitre 9 : Logique, ensembles, applications. - Table de vérité de l'implication; négation de l'implication.

- Exprimer que (u_n) n'est pas croissante (par une proposition logique quantifiée).
- Définition d'une fonction indicatrice. Donner une relation entre $1_{A\cup B}, 1_{A\cap B}, 1_A$ et 1_B.
- Compléter et montrer pour A, B des parties de X : $X \setminus (A \cap B) =$
- Montrer $(E \times F) \cup (E \times G) = E \times (F \cup G)$.

Application aux sommes doubles et sommes triangulaires : - Calculer $S = \sum_{i=1}^{n} i2^i$, indication : $S = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{i} 2^i$

- Montrer que si $g \circ f$ est injective, alors f est injective.
- Montrer que si $g \circ f$ est surjective, alors g est surjective.
- Image directe de $A \cup B$, donner la formule (précisez ce que sont A et B) et démontrer.
- Définition de l'image réciproque. Image réciproque de $A \cap B$, donner la formule (précisez ce que sont A et B) et démontrer.

Chapitre 9 : Fonctions à valeurs réelles, limites, continuité. - Toute définition de limite d'une fonction (finie ou infinie, en a ou en l'infini).

- Montrer que $\sin(x)$ n'a pas de limite en $+\infty$.
- Idem pour $g(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ en 0.
- Enoncé de la forme générale du théorème des valeurs intermédiaires et de son corollaire.
- Soit $f : [0,1] \to [0,1]$ continue. Montrer que f admet un point fixe.
- Enoncé du théorème des bornes atteintes.
- Enoncé du théorème de la bijection continue strictement montone.
- $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ continue en 0 et telle que $\forall x \in \mathbb{R}, f(2x) = f(x)$. Montrer que f est constante.
- $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ continue et $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ bornée. Montrer que $f \circ g$ est bornée.