

Programme de colles, semaines 17 et 18

Chapitre 13 : Analyse asymptotique - définition de négligeable, dominée et équivalent en $a \in \mathbb{R}$ pour les fonctions.

- limite de $f(x) = \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x$ en $+\infty$ (avec des équivalents).
- déterminer la limite quand x tend vers 0 de $f(x) = \frac{\ln(\cos(ax))}{\ln(\cos(bx))}$, (avec $a, b \in \mathbb{R}^{+*}$).
- équivalent en 0 de $x^x - 1$.
- équivalent en 0 de $(1+x)^\alpha - 1$, énoncé du théorème donnant ce résultat.
- Donner un contre-exemple pour montrer qu'on ne peut pas additionner des équivalents.

Développements limités - Formule de Taylor-Young: énoncé + application à e^x , \sinh , \cosh , \sin , \cos , et à $(1+x)^\alpha$.

- Calcul de : $DL_3\left(\frac{1}{1-x} - e^x, 0\right)$; $DL_4(\sin(x)(1 - \cos(x)), 0)$; $DL_6\left(\frac{1}{2+x^3+x^5}, 0\right)$; $DL_4\left(\frac{1}{\cos(x)}, 0\right)$.
- DL à tout ordre en 0 de $\frac{1}{1+x}$.
- relation entre dérivabilité de f et D.L. à l'ordre 1 (remarques après Taylor-Young).
- DL à tout ordre en 0 de $\ln(1+x)$ (à connaître).
- DL à l'ordre 7 en 0 de $\arctan(x)$ (à calculer).
- $f(x) = \frac{1}{1+e^x}$, position de la courbe par rapport à la tangente en 0?
- $DL_3(e^{\sin(x)}, 0)$;
- Déterminer le DL à l'ordre 3 en $\frac{\pi}{3}$ de $\cos(x)$
- Etude locale en 0 de $f(x) = x \frac{\cosh(x)}{\sin(x)}$.
- Déterminer le DL à l'ordre 3 en 0 de $f(x) = \ln(x^2 + 2x + 2)$. Qu'en déduit-on?
- Faites l'étude quand x tend vers $+\infty$ de $f(x) = \sqrt{x(3x+6)}$.