Programme de colles, semaines 3 et 4.

Chapitre 3 : Trigonométrie - formules lues sur le cercle trigonométrique : $\cos(\pi - x) =, \ldots$

- Pour n entier naturel non nul, on pose $S = \sum_{k=0}^{2n} \cos\left(\frac{k\pi}{2n}\right)$. Grâce à un changement d'indice, montrer que $S = 0$. Conclure. Indication : faire un dessin pour comprendre pourquoi les termes se simplifient.
- Pour n entier naturel non nul, calculer la somme $S = \sum_{k=0}^{2n} 2^k \cos\left(\frac{k\pi}{2}\right)$ en séparant les termes de la somme suivant la parité de k.
- formules d'addition, de duplication, de linéarisation.
- Résoudre l'équation $2\cos^2(\theta) - 3\cos(\theta) + 1 = 0$.
- interprétation géométrique de $\tan(x)$.
- Soit $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ tel que $\sin(x) = -\frac{1}{5}$. Que vaut $\tan(x)$?
- $\tan(a+b)$, $\tan(a-b)$, $\tan(2a)$
- Graphe précis des fonctions sin, cos et tan, et dérivée de tan (2 formes).
- Résoudre l'équation $\sin(x) + \sin(2x) + \sin(3x) = 0$.
- Equation $\tan(x)\tan(2x) = 1$.

Chapitre 4 : Nombres complexes - Inégalités triangulaires

- Cas d'égalité dans l'inégalité triangulaire.
- formules d'Euler
- formule de Moivre
- Résolution de $e^z = 1$.
- Calcul de $C = \sum_{k=0}^{n} \cos(k\theta)$
- Calcul de $C = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \cos(k\theta)$
- Linéariser $\cos^5(t)$
- Transformation $a\cos(t) + b\sin(t)$, à démontrer (une des deux méthodes, au choix).
- résolution des équations $e^z = a$
- racines carrées de $\omega = 3 + 4i$
- Equations du second degré à coefficients complexes, énoncé complet avec la factorisation du trinôme et les relations coefficients-racines
- Trouver les racines de l'équation $z^2 + 2z - i = 0$.
- Résolution de $z^n = 1$ (énoncé du résultat théorème 45 et démonstration)
- Somme des racines $n - i\grave{e}mes$ de l'unité.
- Calculer le produit des racines $n - i\grave{e}mes$ de l'unité (exercice 50)
- Résoudre l'équation $z^6 = 8i$.
- Soit $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. Résoudre l'équation: $(z+i)^n - (z-i)^n = 0$
- conditions d'alignement et d'orthogonalité : énoncés.
- Déterminer les points $M(z)$ du plan complexe tels que les points $A(i)$, $M(z)$, $N(iz)$ soient alignés.
- Exercice : Soit A, B, C trois points d'affixes respectives a, b, c.Déterminer les racines de l'équation: $z^2 - z + 1 = 0$ $(z \in \mathbb{C})$ sous forme trigonométrique. En déduire que le triangle ABC est équilatéral si et seulement si

$a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc$
- Déterminer le module et un argument de. $z = (1 + j)^{2n}$ où $j = e^{2i\pi/3}$