Programme de colles, semaines 7 et 8.

Chapitre 7 : Calculs de primitives

1.) $\int \frac{\sinh(x)}{\cosh^3(x)}dx =$

2.) Soit $a > 0$. $\int \frac{dx}{x^2 - a^2} =$

3.) $\int_0^{\pi/2} \cos(x)\sqrt{1+\sin(x)}dx =$

4.) $I = \int_0^1 \arctan(t)\,dt =$

5.) $I = \int_0^1 \sqrt{1-u^2}du =$

6.) $I = \int_0^{\pi/2} \sin^2(t)\,dt$

7.) $I = \int_0^1 \frac{dx}{\cosh(x)} = \int_0^1 \frac{2e^x}{e^{2x}+1}dx =$

- Exo : calculer une primitive de $f(x) = e^{\lambda x}\cos(x)$, $(\lambda \in \mathbb{R})$.
- $\int \tan(x)\,dx$.
- Formule d'intégration par parties : énoncé.
- $\int \arctan(t)\,dt$, puis de $\int \ln(x)\,dx$
- $\int t^2 e^t dt$, $\int \arcsin(x)\,dx$
- Changements de variables : calculs de $\int_0^1 \sqrt{1-u^2}du$, $\int_0^x e^{-\sqrt{t}}dt$ pour $x \geq 0$
- $I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin(t)}{\sin(t)+\cos(t)}dt$: transformer I avec un changement de variables puis calculer $2I$
- $I = \int_0^1 \frac{dx}{\cosh(x)} = \int_0^1 \frac{2e^x}{e^{2x}+1}dx = ?$
- $I = \int_0^{\pi/4} \ln(1+\tan(x))\,dx$ (poser $t = \pi/4 - x$).
- Calculs de primitives par changement de variables : $\int \frac{e^t dt}{\sqrt{1+e^t}}$
- $\int^x \frac{dt}{(t-a)^2 + b} = ?$
- $\int_a^x \frac{t^3}{t-1}dt = ?$
- $\int \frac{dt}{t^2+t+1} = ?$
- Calcul de $\int_c^x \frac{3t-5}{t^2-2t-3}dt$.
- Calcul de $\int_c^x \frac{4t}{t^2+2t+5}dt$.
- Calcul de $\int_c^x \frac{4t+2}{(t-2)^2}dt$.

Equations différentielles : - Résoudre $(E_0) : y' + t(t^2+1)y = 0$.

- Résoudre $(E_0) : y' - \frac{2}{x}y = 0$ sur $\mathbb{R}^{+*}$.
- Résoudre $(E_0) : y' + \frac{1}{1+x^2}y = 0$.
- Résoudre $(E) : y' + 2ty = t^2 e^{-t^2}$.

- Résoudre $(E) : y' + \frac{1}{x}y = \frac{x}{x-1}$ sur $]1, +\infty[$

- L'équation régissant la charge q aux bornes d'un condensateur dans un circuit RC auquel on impose une tension constante U est $(E) : \frac{q(t)}{C} + R\frac{dq}{dt} = U$. Résoudre (E).

- Enoncé du théorème sur les solutions à valeurs réelles de l'équation sans second membre. Résoudre $y'' + \omega^2 y = 0$, $\omega \in \mathbb{R}^{+*}$.

- Idem solutions à valeurs complexes.

- Résoudre :$(E_1) : y'' - 5y' + 6y = x^2 + 1$

- Résoudre $(E) : y'' - 4y' + 3y = e^x$

- Résoudre $(E) : y'' - 4y' + 3y = \sinh(x)$.

- Résoudre $(E) : y'' + y = \sin^3(x)$.

- Résoudre $(E) : y'' - 4y' + 3y = \sin(x) + \cos(x)$

- Sous quelle forme chercher une solution particulière lorsque le second membre est exponentiel et à quelles conditions cela s'applique-t-il (i.e. pour quelles équations?) ? et lorsqu'il est sinusoïdal? Et qu'appelle-t-on au juste un second membre exponentiel ? sinusoïdal ?