

Programme de colles, semaines 5 et 6.

Chapitre 5 : Fonctions réelles, généralités, bijections, injections, surjections, théorèmes admis. - définition des applications monotones (croissante, strictement croissante,...), des applications majorées, minorées, bornées.

- composée d'applications monotones, avec démonstration.
- définition d'une bijection, d'une injection (4 formulations équivalentes), d'une surjection (3 formulations équivalentes)
- $g \circ f$ injective $\implies f$ injective et $g \circ f$ surjective $\implies g$ surjective. (démontrez!)
- théorème de composition de limites : énoncé
- théorème d'encadrement : énoncé
- théorème de comparaison (majoration, minoration) : énoncé
- théorème de la limite monotone (pour les fonctions) : énoncé
- théorème de la bijection continue strictement monotone : énoncé COMPLET!!!
- théorème des valeurs intermédiaires : énoncé
- définition de la dérivabilité en un point.
- équation de la tangente en un point où f est dérivable.
- dérivée d'ordre supérieur : calcul de la dérivée n -ième de $f(x) = \frac{1}{x}$.
- théorème de la dérivée de la réciproque : énoncé.
- théorème d'existence de primitives : énoncé.
- théorème de dérivation de la composée (énoncé complet, pas uniquement la formule...)
- tous calculs de dérivées par application des règles de dérivation des sommes, produits, quotients et composées.
- exercice : étude de $f(x) = \cos(x) - \cos^2(x)$.

Chapitre 6 : fonctions usuelles

- définition de la fonction $\ln$
- Démonstration de $\forall x, y \in \mathbb{R}^{+*}, \ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$
- $x \mapsto e^x$, dém. du théorème 11 p.3
- Propriété fondamentale de l'exponentielle et démonstration.
- déf. de x^a et dém. des propriétés de la prop.18 (le colleur donne le terme de gauche, le collé complète la formule et la démontre).
- allure précise des graphes des fonctions $\ln$, $\exp$, et puissances.
- énoncé de limites remarquables (prop. 29) et explication (comment obtient-on ces limites?)
- énoncé des croissances comparées : 8 limites. Démonstration de la limite de $\frac{\ln(x)}{x}$ et de celle de $x \ln(x)$.
- arcsin : énoncé et dém de la prop 47 et 48=la définition et les propriétés qui s'en déduisent immédiatement.
- arcsin énoncé et dém. de la prop 50 = la dérivabilité.
- Sans plus de justifications, allure précise des graphes de arccos, arcsin et arctan.
- dérivée de arctan, avec démonstration.
- $\forall x \in \mathbb{R}^*, \arctan(x) + \arctan\left(\frac{1}{x}\right) = ?$ avec démonstration

Au programme sauf pour les colles du premier lundi :

- $f(x) = e^x - x$. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans $\mathbb{R}$.
- limite de $(1+x)^{1/x}$ quand x tend vers 0
- limite de $\frac{\ln(x+1)}{x}$ quand x tend vers $+\infty$.
- limite de $\frac{x}{2^x}$ en $+\infty$.
- dérivabilité de $f(x) = x^x$ en 0 après prolongement par continuité.
- déf. et étude de $\cosh$ et $\sinh$, jusqu'aux graphes.