

Colle n°1

Semaine du 15/09/2025

Le but de cette première colle est de mettre en place les raisonnements de manière très claire et structurée. Les interrogateurs et interrogatrices pourront faire appel à des notions vues en terminale (ex : complexes, suites...) sans rechercher une trop grande technicité.

Ce que le programme contient :

- ★ Rudiments de logique (connecteurs logiques, implication, réciproque, contraposée).
- ★ Raisonnements par l'absurde, contraposée, double implication, chaîne d'équivalences, circulaire...
- ★ Quantificateurs, négation d'assertions quantifiées. Démontrer une assertion quantifiée.
- ★ Rappels sur les nombres réels : opérations, ordre, inégalités, valeur absolue, inégalité triangulaire. Résolution d'équations ou d'inéquations dans $\mathbb{R}$ (par chaîne d'équivalences ou par analyse et synthèse).
- ★ Définitions générales sur les suites : suite croissante, décroissante, majorée, minorée, bornée.
- ★ Raisonnement par récurrence simple, double ou forte. Définition de la factorielle.
- ★ Suites usuelles : arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques. Calcul du terme général.
- ★ Ensembles, parties d'un ensemble. Ensembles définis à partir d'autres ensembles, par sélection ou par paramétrage. Méthode de la double inclusion.
- ★ Injectivité, surjectivité d'une application entre deux ensembles. Caractérisation à l'aide de quantificateurs.
- ★ Définition et caractérisation de l'application réciproque d'une application bijective.
- ★ Image directe, image réciproque d'un ensemble par une fonction.

Ce que le programme ne contient pas :

- ★ la convergence des suites,
- ★ des exercices théoriques sur la logique et les ensembles.

Questions de cours possibles.

- ★ Calcul du terme général d'une suite arithmético-géométrique sur un exemple.
- ★ Démontrer des propriétés de distributivité et/ou lois de De Morgan pour les ensembles (intersection, union, complémentaire) ou les assertions logiques (conjonction, disjonction, négation).
- ★ Montrer que la composée de deux fonctions injectives est injective. Énoncer la réciproque partielle.
- ★ Montrer que la composée de deux fonctions surjectives est surjective. Énoncer la réciproque partielle.
- ★ Montrer qu'une application $f : E \rightarrow F$ est surjective si et seulement si $f(E) = F$.