

## Colle n°4

Semaine du 06/10/2025

L'interrogation comprendra une étude de fonction complète avec tracé précis du graphe de la fonction.

### Ce que le programme contient : ÉTUDE DE FONCTIONS

- ★ Généralités : fonctions paires, impaires, périodiques, monotones, minorées/majorées/bornées. Description avec des quantificateurs et lien avec le graphe de la fonction.
- ★ Effet sur le graphe des transformations usuelles : translation à la source ou au but, dilatation à la source ou au but, retournement.
- ★ Déterminer le domaine de définition et de dérivabilité d'une fonction à partir des fonctions usuelles.
- ★ Étude des variations d'une fonction dérivable (signe de la dérivée).
- ★ Équation de la tangente au graphe d'une fonction.
- ★ Étude de la position relative à une droite.
- ★ Utilisation de la convexité (graphe situé sous toutes ses tangentes) et caractérisation de la convexité avec les dérivées. Inégalités de convexité usuelles pour  $\exp$  et  $\ln$ .
- ★ Rappels sur les calculs des limites (version terminale) + calculs de dérivée.
- ★ Théorème des valeurs intermédiaires. Théorème de la bijection monotone.
- ★ Graphe de la réciproque et conséquences : continuité, dérivabilité de la réciproque d'une fonction bijective dérivable dont la dérivée ne s'annule pas (preuve graphique).
- ★ Fonctions exponentielle, logarithme (népérien, base 2 et 10), puissance. Croissances comparées.
- ★ Fonctions trigonométriques et leurs réciproques (domaines, propriétés, dérivées).
- ★ Fonctions hyperboliques.

En complément, possibilité de travailler encore sur les sommes, produits et coefficients binomiaux (notamment sur les sommes/produits doubles qui n'étaient pas au programme il y a deux semaines)

### Ce que le programme ne contient pas :

- ★ des exercices avancés sur les nombres complexes (les aspects géométriques seront bientôt approfondis)
- ★ du dénombrement,
- ★ des exercices théoriques sur la convexité (dont nous n'avons pas manipulé la vraie définition!),
- ★ du calcul asymptotique (pas de détermination d'asymptote non horizontales à l'infini sauf cas simples),
- ★ des fonctions hyperboliques réciproques.

### Questions de cours possibles.

- ★ Toute fonction s'écrit de manière unique comme la somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire (analyse et synthèse). Application à l'exponentielle.
- ★ Énoncé du théorème des valeurs intermédiaires, deux versions (sans démonstration).
- ★ La composée de deux fonctions monotones est monotone (montrer un des 4 cas...) + contre-exemple pour le produit de deux fonctions.
- ★ Dérivabilité de la réciproque d'une fonction bijective dérivable dont la dérivée ne s'annule pas (preuve graphique).
- ★ Domaine de définition et de dérivabilité de  $\arccos$ , calcul de la dérivée.