

## Colle n°5

Semaine du 13/10/2025

L'interrogation comprendra une étude de fonction complète avec tracé précis du graphe de la fonction, de préférence avec des fonctions trigonométriques réciproques ou hyperboliques (mais pas hyperboliques réciproques...)

### Ce que le programme contient : NOMBRES COMPLEXES

- ★ Calcul algébrique dans  $\mathbb{C}$  (binôme de Newton, somme géométrique, factorisation de  $a^n - b^n$ ..), linéarité de la partie réelle/imaginaire. Représentation géométrique dans  $\mathbb{C}$ .
- ★ Cercle trigonométrique, exponentielle complexe, forme exponentielle d'un nombre complexe. Formules d'Euler, factorisation par l'arc moitié.
- ★ Racines carrées d'un nombre complexe, sous forme exponentielle ou algébrique.
- ★ Polynômes du second degré à coefficients complexes : discriminant, racine, forme factorisée. Cas d'un polynôme réel au discriminant strictement négatif.
- ★ Application à la résolution d'un système somme-produit.
- ★ Application à la détermination du terme général d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2, dans tous les cas (racines distinctes, racine double, forme trigonométrique dans le cas d'une suite réelle avec racines complexes conjuguées).
- ★ Racines  $n$ -ièmes de l'unité : forme générale, somme des racines. Application à la détermination des racines  $n$ -ièmes d'un nombre complexe sous forme exponentielle.
- ★ Géométrie : affixe d'un vecteur, norme. Expression de l'angle avec l'argument du quotient des affixes. Condition d'alignement et d'orthogonalité avec des nombres complexes.
- ★ Transformations du plan : symétrie donnée par la conjugaison, translations, rotations, homothéties.

⚠ Les interrogations du lundi ne porteront pas sur les transformations géométriques ou les racines de l'unité, à part les questions de cours (le TD ayant lieu mardi/mercredi).

### Ce que le programme ne contient pas :

- ★ l'étude générale d'une similitude.

### Questions de cours possibles.

- ★ Inégalité triangulaire dans  $\mathbb{C}$ , avec le cas d'égalité.
- ★ Déterminer les racines d'un polynôme du second degré à coefficients complexes.
- ★ Déterminer le terme général d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2.
- ★ Factoriser  $\cos(p) + \cos(q)$  ou  $\sin(p) - \sin(q)$  pour des réels  $p$  et  $q$ .
- ★ Décrire une transformation géométrique donnée par  $z \mapsto az$  avec la forme exponentielle de  $a$ .
- ★ Forme des racines  $n$ -ièmes de l'unité (avec démonstration).