

Colle n°5

Semaine du 13/10/2025

L'interrogation comprendra une étude de fonction complète avec tracé précis du graphe de la fonction, de préférence avec des fonctions trigonométriques réciproques ou hyperboliques (mais pas hyperboliques réciproques...)

Ce que le programme contient : NOMBRES COMPLEXES

- ★ Calcul algébrique dans \mathbb{C} (binôme de Newton, somme géométrique, factorisation de $a^n - b^n$..), linéarité de la partie réelle/imaginaire. Représentation géométrique dans \mathbb{C} .
- ★ Cercle trigonométrique, exponentielle complexe, forme exponentielle d'un nombre complexe. Formules d'Euler, factorisation par l'arc moitié.
- ★ Racines carrées d'un nombre complexe, sous forme exponentielle ou algébrique.
- ★ Polynômes du second degré à coefficients complexes : discriminant, racine, forme factorisée. Cas d'un polynôme réel au discriminant strictement négatif.
- ★ Application à la résolution d'un système somme-produit.
- ★ Application à la détermination du terme général d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2, dans tous les cas (racines distinctes, racine double, forme trigonométrique dans le cas d'une suite réelle avec racines complexes conjuguées).
- ★ Racines n -ièmes de l'unité : forme générale, somme des racines. Application à la détermination des racines n -ièmes d'un nombre complexe sous forme exponentielle.
- ★ Géométrie : affixe d'un vecteur, norme. Expression de l'angle avec l'argument du quotient des affixes. Condition d'alignement et d'orthogonalité avec des nombres complexes.
- ★ Transformations du plan : symétrie donnée par la conjugaison, translations, rotations, homothéties.

⚠ Les interrogations du lundi ne porteront pas sur les transformations géométriques ou les racines de l'unité, à part les questions de cours (le TD ayant lieu mardi/mercredi).

Ce que le programme ne contient pas :

- ★ l'étude générale d'une similitude.

Questions de cours possibles.

- ★ Inégalité triangulaire dans \mathbb{C} , avec le cas d'égalité.
- ★ Déterminer les racines d'un polynôme du second degré à coefficients complexes.
- ★ Déterminer le terme général d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2.
- ★ Factoriser $\cos(p) + \cos(q)$ ou $\sin(p) - \sin(q)$ pour des réels p et q .
- ★ Décrire une transformation géométrique donnée par $z \mapsto az$ avec la forme exponentielle de a .
- ★ Forme des racines n -ièmes de l'unité (avec démonstration).