

Colle n°9

Semaine du 24/11/2025

Ce que le programme contient :

RÉSOLUTION DE SYSTÈMES LINÉAIRES À COEFFICIENTS RÉELS OU COMPLEXES

- ★ Définition d'un système linéaire à n équations linéaires et p inconnues, second membre. Encodage.
- ★ Système échelonné, résolution d'un système échelonné en choisissant des inconnues principales et des inconnues secondaires.
- ★ Opérations élémentaires donnant des systèmes équivalents.
- ★ Algorithme du pivot de Gauss : définition du rang du système comme le nombre d'équations comportant encore des inconnues à la fin du pivot.
- ★ Notion de système compatible, incompatible, de Cramer.
- ★ Lien entre les solutions d'un système linéaire et les solutions du système homogène associé ; structure affine analogue avec les équations différentielles (mais moins utile pour la résolution pratique). Un système est de Cramer si et seulement si son système homogène associé est de Cramer.
- ★ Étude de systèmes linéaires paramétrés.

COMPORTEMENT ASYMPTOTIQUE DE SUITES NUMÉRIQUES : DÉBUT

- ★ Définition de la convergence d'une suite avec des quantificateurs. Divergence vers $\pm\infty$. Unicité de la limite.
- ★ Opérations sur les limites, formes indéterminées et quelques méthodes pour les lever.
- ★ Croissances comparées usuelles pour les suites.
- ★ Une suite convergente est bornée, non nulle à partir d'un certain rang si la limite est non nulle.
- ★ Composition par une fonction continue.
- ★ Passage à la limite dans une inégalité.
- ★ Théorèmes d'existence de limite : théorème d'encadrement (ou des gendarmes), théorème de majoration ou minoration par une suite divergente, théorème de la convergence monotone, théorème des suites adjacentes.
- ★ Convergence des suites à valeurs complexes, caractérisation avec les suites des parties réelle et imaginaire.

Ce que le programme ne contient pas :

- ★ des choses trop sophistiquées avec des suites extraites (le théorème de Bolzano-Weierstrass est hors-programme)
- ★ pas encore d'exercices nécessitant les notions de négligeabilité ou d'équivalence ; possibilité de les utiliser pour raccourcir les arguments pour les colles suivant le td du mercredi matin.
- ★ la notion de borne supérieure / borne inférieure.

Questions de cours possibles.

- ★ Définition de la convergence d'une suite vers une limite finie + démonstration de $\frac{1}{n^2} \rightarrow 0$.
- ★ Définition quantifiée de « $u_n \rightarrow +\infty$ » + montrer qu'une suite non majorée croissante tend vers $+\infty$.
- ★ Théorème des gendarmes (ou d'encadrement), avec démonstration.
- ★ Passage à la limite dans une inégalité, avec démonstration.
- ★ Théorème de convergence des suites adjacentes, avec démonstration.