Colle n°14

Semaine du 12/01/2026

Ce que le programme contient :

DÉNOMBREMENT

- ⋆ Dénombrement des ensembles finis et lien avec les opérations usuelles : complémentaire, union, partitions, produit cartésien.
- ⋆ Notions d'arrangement, de liste (= uplet), de partie (= combinaison) d'un ensemble.
- ⋆ Interprétations en terme de dénombrement des coefficients binomiaux.
- ⋆ Nombre de permutations d'un ensemble de cardinal fini, nombre de parties d'un ensemble fini.
- ⋆ Comparaison entre les cardinaux des ensembles de départ et d'arrivée d'une fonction injective, surjective ou bijective (et principe des tiroirs). Lemme des bergers.
- ⋆ Une application entre deux ensembles de même cardinal est injective ssi elle est surjective ssi elle est bijective.

LIMITES ET CONTINUITÉ DES FONCTIONS À VALEURS NUMÉRIQUES

Reprise du programme précédent, en particulier calcul de limites et équivalents avec des DL simples ou étude du prolongement par continuité de fonctions explicites.

Ce que le programme ne contient <u>pas</u> :

- ⋆ des opérations théoriques sur les DL (un chapitre y sera consacré bientôt) : on pourra aider pour manipuler au cas par cas,
- ⋆ le théorème de Bolzano-Weierstrass, la densité des irrationnels,
- ⋆ des exercices avancés sur les permutations (pas de décomposition en cycles etc..)
- ⋆ pas encore d'exercices sur la dérivabilité.

Questions de cours possibles :

- ⋆ Cardinal de l'ensemble des parties et de l'ensemble des permutations de $[\![1, n]\!]$ (avec démonstration de ce dernier).
- ⋆ Démonstration du lemme des bergers.
- ⋆ Démonstration par dénombrement du lemme du capitaine (ou du pion).
- ⋆ Énoncé du théorème de Rolle et application à la démonstration du théorème des accroissements finis.
- ⋆ Montrer que si une fonction atteint un extremum en un point intérieur à son domaine où elle est dérivable, alors la dérivée s'annule en ce point.
- ⋆ Montrer que $x \mapsto \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$ est dérivable sur $\mathbb{R}$, mais pas de classe $\mathcal{C}^1$.