

Colle n°15

Semaine du 26/01/2026

Ce que le programme contient :

DÉRIVATION DES FONCTIONS À VALEURS RÉELLES

- ★ Taux d'accroissement, dérivabilité et nombre dérivé en un point, dérivabilité à gauche et à droite, caractérisation à l'aide du développement limité à l'ordre 1.
- ★ Interprétation graphique, équation de la tangente. Tangentes verticales, semi-tangentes à gauche et à droite.
- ★ Dérivabilité sur un intervalle, fonction dérivée, fonction de classe C^1 .
- ★ Dérivées des fonctions usuelles, stabilité de la dérivabilité par opérations usuelles et formules de calcul de dérivées (linéarité, produit, inverse, composition, réciproque).
- ★ Théorème de Rolle, théorème des accroissements finis, inégalités des accroissements finis. Lien entre monotonie et signe de la dérivée. Fonction lipschitzienne. Application à l'étude des suites récurrentes données par une fonction.
- ★ Théorème "limite de la dérivée", énoncé pour une limite finie ou infinie.
- ★ Dérivées successives, fonctions de classe C^k , formule de Leibniz.
- ★ Convexité. Définition, caractérisation pour des fonctions dérivables ou deux fois dérivables, position du graphe par rapport aux cordes et aux tangentes. Inégalités de convexité.
- ★ Dérivation des fonctions à valeurs complexes. Caractérisation avec la partie réelle et la partie imaginaire. Inégalité des accroissements finis pour une fonction à valeurs complexes de classe C^1 .

L'interrogation pourra commencer par un exemple concret d'étude de dérivabilité / prolongement, utilisant les DL ou équivalents simples déjà connus (\sin , \cos , \tan , \exp en 0, \ln et $x \mapsto x^\alpha$ en 1) .

Questions de cours possibles.

- ★ Énoncés du théorème de Rolle et du théorème de l'égalité des accroissements finis + illustration sur un dessin.
- ★ Énoncé du théorème de la limite de la dérivée et conséquences (en fonction de si la limite est finie ou infinie) + application à un exemple simple.
- ★ Formule de Leibniz (sans démonstration) + application à un exemple.
- ★ Définition de la convexité + interprétations graphiques.
- ★ Énoncé du théorème de la division euclidienne pour des polynômes + application à un exemple.